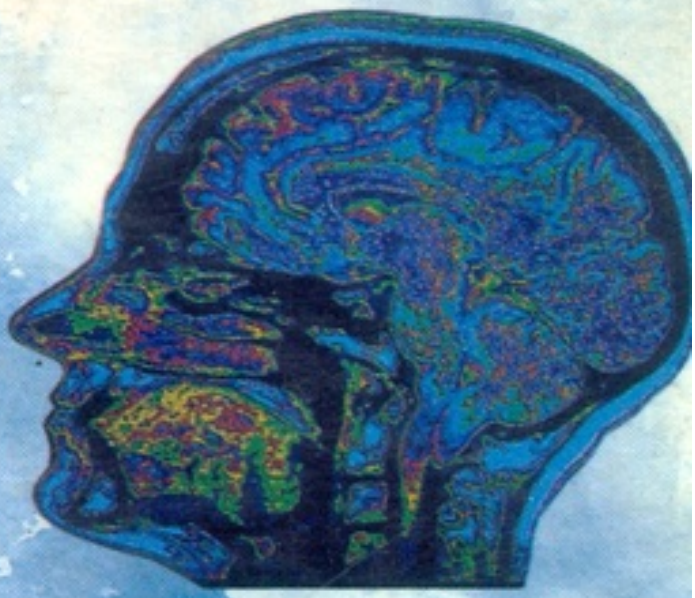
Matéria e pensamento

Jean-Pierre Changeux
Alain Connes



Editora UNESP

"Os matemáticos em geral combinam bem com os biólogos. Porém, comunicam-se pouco entre si. Seus conhecimentos e motivações são tão distanciados que o diálogo parece impossível. O que está em jogo, porém, é algo considerável. Pessoa alguma negará que a matemática é feita com o uso do cérebro. No entanto, nenhuma máquina construída pelo homem conseguiu ainda reproduzir as faculdades da razão e invenção de nossa máquina cerebral. Conseguirá um dia? Pode-se realizar uma autêntica inteligência artificial a partir da matéria? Esta é a interrogação central deste livro."

Orelha do livro

"O conhecimento, tanto no campo da matemática quanto no da neurociência, desenvol-veu-se em tal medida que o seu impacto social se toma maior, a cada dia que passa." Esse é o ponto de partida deste diálogo original e estimulante protagonizado por dois ilustres cientistas, um matemático e um biólogo.
Nesse encontro memorável, discutem-se questões que remontam ao pensamento platônico e às disputas dos escolásticos. Qual o vínculo entre o mundo físico e o cérebro? Os objetos matemáticos existem independentemente ou são apenas produtos da atividade cerebral? Aética pode fundar-se sobre princípios tão universais quanto os da matemática? Esses são alguns dos temas gerais levantados, que acabam resultando na discussão sobre a própria natureza da matemática e sobre as suas relações com o cérebro e a cultura, através de uma verdadeira "neuropsicologia" da matemática. Nem mesmo o darwinismo fica de fora: há uma seleção natural também nos objetos matemáticos? E, tomando como ponto de partida o célebre Teorema de Gödel, reflete-se sobre as máquinas de pensar, os computadores, suas características e seus limites, buscando-se respostas na organização do cérebro e no seu funcionamento.
A troca de ideias termina com o enfrentamento de um tema sempre recorrente, hoje, entre os cientistas: a ética. Depois de um mergulho em seus fundamentos cerebrais e naturais, busca-se o caminho para uma moral "natural, racional e revisável". O material foi organizado pelos próprios participantes, mas eles nem sempre estão de acordo, mesmo em questões da maior relevância. Estas permanecem abertas, deixando-se a um terceiro interlocutor, o leitor, a liberdade de escolher e de prosseguir as suas reflexões sobre as questões disputadas. Pelo alcance e pela forma acessível com que são discutidos mesmo alguns problemas eminentemente técnicos, Matéria e pensamento pode ser lido com grande proveito por todos os interessados nos grandes problemas do nosso tempo.

Alain Connes, Medalha Fields, é professor titular da cadeira de Análise e Geometria no Collège de France.

Jean-Pierre Changeux, autor do célebre L'homme neuronal, é professor titular da cadeira de Comunicações Celulares no Collège de France.

MATÉRIA E PENSAMENTO

FUNDAÇÃO PARA O DESENVOLVIMENTO DA UNESP

Presidente do Conselho Curador
Arthur Roquete de Macedo
Diretor-Presidente
Amilton Ferreira
Diretora de Fomento à Pesquisa Hermione
Elly Melara de Campos Bicudo
Diretor de Publicações
José Castilho Marques Neto

EDITORA UNESP

Diretor
José Castilho Marques Neto
Conselho Editorial Acadêmico
Aguinaldo José Gonçalves
Anna Maria Martinez Corrêa
Antonio Carlos Massabni
Antonio Celso Wagner Zanin
Antonio Manoel dos Santos Silva
Carlos Erivany Fantinati
Fausto Foresti
José Ribeiro Júnior
José Roberto Ferreira
Roberto Kraenkel

Editores Assistentes
José Aluysio Reis de Andrade
Maria Apparecida F. M. Bussolotti
Tulio Y. Kawata

JEAN-PIERRE CHANGEUX e ALAIN CONNES

MATÉRIA E PENSAMENTO

Tradução de
Luiz Paulo Rouanet

UNESP
Fundação para o Desenvolvimento da UNESP

Copyright © 1989 by Editions Odile Jacob Título original em francês: Matière à pensée.
Copyright © 1995 da tradução brasileira:
Editora UNESP da Fundação para o Desenvolvimento da Universidade Estadual Paulista (FUNDUNESP).
Av. Rio Branco, 1210 01206-904 - São Paulo - SP Tel./Fax: (011)223-9560
Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)
Changeux, Jean-Pierre
Matéria e pensamento / Jean-Pierre Changeux, Alain Connes; tradução de Luiz Paulo Rouanet. - São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1996. - (Biblioteca básica)
Título original: Matière à pensée.
ISBN 85-7139-107-6
1. Ciência - Filosofia 2. Ética 3. Inteligência artificial 4. Matemática 5. Neurociências 6. Pensamento I. Connes, Alain. II. Título. III. Série.
96-0135
CDD-501
índice para catálogo sistemático:
1. Matéria e pensamento: Filosofia da ciência 501
2. Pensamento e matéria: Filosofia da ciência 501

Apoio:
EMBAIXADA DA FRANÇA NO BRASIL
Bureau du Livre

ASSOCIAÇÀO BRASILEJRA DE DIREITOS REPROCRÁFICOS
EDITORA AFILIADA

SUMÁRIO

Apresentação

Capítulo 1 - A matemática e o cérebro
Apresentações. A hierarquia das ciências em questão. Invenção ou descoberta? A matemática possui uma história. É a matemática uma mera linguagem?

Capítulo 2 - Platão materialista?
A ascese intelectual do materialista Psicanálise da matemática Os objetos matemáticos são, como os outros, representações culturais? O darwinismo dos objetos matemáticos As crenças da matemática

Capítulo 3 - Uma roupagem apropriada para a natureza
A matemática construtivista. A surpreendente eficácia da matemática. Einstein e a matemática. A utilidade dos modelos matemáticos na biologia. Auscultação da mecânica quântica.

Capítulo 4 - O matemático neural
A iluminação. O cérebro e seus múltiplos níveis de organização. O nível celular. Dos circuitos elementares aos objetos mentais. Neuropsicologia da matemática. A transição de um nível a outro por meio de variação-seleção. Darwinismo mental e criação matemática.

Capítulo 5 - Darwin e os matemáticos
A utilidade do esquema darwiniano. Codificar formas estáveis. A organização da memória a longo prazo. O raciocínio por analogia. Encadeamentos de representações e âmbitos de pensamento. A seleção natural dos objetos matemáticos.

Capítulo 6 - As máquinas de pensar
Máquinas inteligentes? O teorema de Gödel. A máquina de pensar de Turing. A teoria da matriz S da física, homóloga do funcionalismo da psicologia? O cérebro do homem é um computador? Uma máquina que sofre e se autoavalia.

Capítulo 7 - Questões de ética
A pesquisa das bases naturais da ética. Vida social e lobo frontal O comportamento pró-social da criança e a marca cultural. As funções da moral. Por uma moral natural, racional e revisável. “A ampliação da simpatia” e a função estética. Ética e matemática.

APRESENTAÇÃO

Os matemáticos em geral combinam bem com os biólogos. Porém, comunicam-se pouco entre si. Seus conhecimentos e motivações são tão distanciados que o diálogo parece impossível. O que está em jogo, porém, é algo considerável. Pessoa alguma negará que a matemática é feita com o uso do cérebro. No entanto, nenhuma máquina construída pelo homem conseguiu ainda reproduzir as faculdades de razão e invenção de nossa máquina cerebral. Conseguirá um dia? Pode-se realizar uma autêntica inteligência artificial a partir da matéria? Esta é a interrogação central deste livro.

Antes de responder a essa questão, é indispensável definir o que é a matemática. Qual a natureza dos objetos matemáticos? Existem de modo independente do cérebro do homem, que os descobre? Ou, pelo contrário, são apenas o produto da atividade cerebral que os constrói? A evolução recente da neurociência, ou ciência do sistema nervoso, acrescenta novas peças a um *dossier* que já se inicia nos Diálogos de Platão.

A matemática é a mesma em Paris, em Moscou e em São Francisco. No entanto, seria ela universal a ponto de poder servir para nos comunicarmos com hipotéticos habitantes de outros planetas?... É claro, é tal a eficácia da matemática para descrever o mundo que nos cerca que se chega a classificá-la de irracional. Mas não seria esse somente o efeito da fascinação que exerce sobre o seu criador, *a posteriori*, o objeto por ele criado? Pigmaleão matemático?

As respostas a essas questões, em grande parte, devem ser buscadas na organização do cérebro e em seu funcionamento. Rede de neurônios, sem dúvida, mas rede de extrema complexidade, o cérebro deve suas excepcionais propriedades a princípios arquitetônicos e funções elementares que anatomistas e fisiologistas se esforçam em analisar e que, no momento certo, servirão de inspiração ao construtor de máquinas. Contudo, o cérebro deve ainda essas propriedades à sua natureza de sistema em evolução. Todos conhecem as teorias de Darwin sobre a evolução das espécies vivas. Porém, é pouco difundida entre o público a informação de que a construção do cérebro, durante o desenvolvimento embrionário, e depois do nascimento, constitui uma evolução, no curso da qual se efetua uma seleção sobre as conexões entre células nervosas. Esta seleção prossegue por meio de outras evoluções, em planos mais elevados de organização, os quais poderiam explicar como funciona o pensamento, o raciocínio matemático e, por que não, a imaginação...

Enfim, o conhecimento, tanto no campo da matemática quanto no da neurociência, desenvolve-se em tal medida que o seu impacto social se toma maior a cada dia que passa. Apresentam-se problemas de ética. Mas, o que é a ética? Pode a moral se basear em elementos naturais, que seria preciso procurar no funcionamento em sociedade do cérebro humano? Pode a ética fundar-se em princípios universais semelhantes aos da matemática?

A forma que o livro assume é a de um diálogo. Diante de todas essas interrogações, nenhum de nós possuía um conhecimento suficiente sobre a disciplina do outro para poder, sozinho, encarregar-se de fornecer as respostas. A principal vantagem dessa escolha, porém, foi a de que o diálogo permitiu que o nosso ponto de vista se tomasse mais preciso. As nossas posições coincidem em alguns aspectos, divergem em outros, e não de pequena importância. Mas as questões permanecem abertas, deixando assim ao terceiro interlocutor, o leitor, a liberdade de escolher e de continuar a reflexão,

fazendo uso da analogia e discordando de um ou outro dos protagonistas.
As "questões de ética" que concluem a obra sugeriram-nos uma outra forma de apresentação. Impunha-se o anteparo do texto escrito. Cada um desejou apresentar algumas breves reflexões escritas, prelúdio, talvez, de um trabalho futuro.
Agradecemos a Christophe Guias, pelo extremo cuidado na transcrição das fitas magnéticas, e a Jean-Luc Fidel, pela última revisão do texto. Enfim, toda a nossa gratidão a Odile Jacob, pelo interesse por ela manifestado, desde o início, por este diálogo de ideias, e por todas as facilidades que ela generosamente colocou à nossa disposição.

Jean-Pierre Changeux
Alain Connes.

CAPÍTULO 1 - A MATEMÁTICA E O CÉREBRO

Apresentações

JEAN-PIERRE CHANGEUX: Antes de abordarmos aquela que erá a nossa primeira questão de fundo, a natureza dos objetos matemáticos, gostaria de explicitar o que nos leva a nos defrontarmos.
Ocorrem-me vários pontos de convergência entre a biologia e a matemática. O meu primeiro contato com a matemática, no liceu e no curso preparatório para as universidades, foi bem difícil. A biologia era então sistematicamente depreciada pelos professores, atitude que se encontra, aliás, nos escritos de matemáticos de grande renome. Lê-se, por exemplo, em um texto de René Thom,[1] que "os progressos da biologia não tiveram efeitos profundos no que se refere à melhoria da saúde e da longevidade", ou que "os biólogos não sentem necessidade de teoria".[2] Manifesta-se um desejo de depreciar a biologia, que talvez se explique pela propensão dos matemáticos em privilegiar a compreensão rápida em detrimento de uma reflexão mais demorada, mais globalizante, mais imaginativa e, quem sabe, mais profunda. A minha primeira reação, portanto, foi de hostilidade, Certamente ela dissimulava também o desejo de contribuir para a atividade matemática, e melhor assimilá-la.
Foi somente no âmbito de meu trabalho de pesquisa no campo da biologia molecular, e hoje na neurobiologia, que fui levado a me servir, de maneira concreta, das ferramentas matemáticas. Jacques Monod foi um mestre excepcional, nesse aspecto. Com ele, pude desenvolver vários modelos no campo da biologia molecular, em especial no que concerne às proteínas alostéricas,[3] moléculas especializadas na regulação. Nesse caso preciso, a matemática possibilitou-nos conferir uma forma a nossas ideias e elaborar predições quantitativas. Hoje, em meu trabalho de neurobiólogo, o instrumento matemático parece-me cada vez mais necessário para a construção de modelos racionais das funções cerebrais. Um domínio bem recente, aliás, se desenvolve nos confins da neurociência, da psicologia e da matemática: a ciência cognitiva. O seu progresso, desde já, parece depender de uma estreita colaboração entre teóricos e experimentadores.
De modo mais geral, o que me compele a interessar-me tanto pela matemática é a necessidade de compreender de que maneira o cérebro cria e utiliza os objetos matemáticos, quais são as relações entre a matemática e o cérebro. Só esta questão já justifica o nosso encontro.
Todavia, a matemática desempenha um papel central também na vida social. A cultura do Ocidente se caracteriza por uma espécie de mito da matemática: a crença, talvez proveniente de Pitágoras, em uma propriedade explicativa e quase transcendente da matemática. Para muitos, descrever em termos matemáticos uma estrutura sintática, ou relações de parentesco, parece uma "explicação" suficiente. De modo mais prático, o computador e suas aplicações conferem à matemática um poder único, cada vez maior. O recente crack de Wall Street não se deve, em parte, ao "comportamento programado" de computadores que agiam em "beneficio" de seus clientes? O computador parece substituir o cérebro... sem contudo possuir a sua performance! O problema, secundário em relação à nossa

atividade científica, deve conduzir-nos a refletir sobre as relações entre a matemática e a ética, e a perguntar-nos, em particular, se é possível fundar uma ética universal das sociedades humanas com base no rigor da matemática. Este procedimento é complementar à busca de bases neuronais para a ética, ou distingue-se radicalmente dela? Estas são as motivações do biólogo. Quais são as suas?

ALAIN CONNES: Responderei confessando o meu entusiasmo diante da questão das relações entre a matemática e o cérebro, e da natureza dos objetos matemáticos.
Quando você se referia à oposição institucional entre a matemática e a biologia, citou René Thom. E com certeza um pensador original. Porém, seria perigoso considerá-lo o porta-voz da opinião dos matemáticos. É preferível citarmos Israel Gelfand. A sua influência sobre a matemática é considerável. Pois bem, ele dedica boa parte de sua atividade científica à biologia. Mais da metade de seus artigos é consagrada a essa disciplina, e ele dirige dois seminários, um de matemática, outro de biologia.
Quanto a mim, foi a leitura do seu livro, L'homme neuronal,[4] que me fez compreender que o funcionamento do cérebro já é conhecido com certa precisão. Fiquei particularmente impressionado com a existência de mapas conceituais, bem mais numerosos no que se refere ao homem do que a outros animais. Mostram a ligação da retina com regiões do cérebro de distintas funções. Fui igualmente afetado pelas experiências de Shepard.[5] Quando pedimos a alguém para observar se dois projetos procedem um do outro por rotação, no espaço tridimensional, a experiência mostra que o tempo de resposta é proporcional ao ângulo de rotação. O funcionamento do cérebro obedece assim às leis da física. Parece-me importante, porém, para estudar o cérebro, ultrapassar o domínio particular da biologia. Para tanto, a matemática fornece um terreno bem mais propício do que outras disciplinas. Isto porque ela é absoluta, universal, e portanto independente de toda influência cultural.

JPC: Você caminha para uma tomada de posição...

AC: Considero que as noções expressas em cada uma das línguas dependem de dados mal definidos, por serem influenciadas pela cultura. Os objetos matemáticos, pelo contrário - e é o que eu desejava demonstrar - possuem uma pureza bem maior. Estão livres dessa canga cultural, e devem permitir, por conseguinte, que se teste da melhor maneira a nossa compreensão do funcionamento do cérebro.
E claro, a minha abordagem é interessada. Gostaria de saber mais sobre a biologia, a fim de aprender com ela. O teu livro me levou a refletir sobre a maneira pela qual o cérebro assimila uma nova teoria, ou se familiariza com uma nova atividade, como o jogo de xadrez, ou o piano. Tive de rever certas ideias preconcebidas sobre a aprendizagem, ou ainda corrigir certos erros. Por exemplo, quando um matemático trabalha em um campo que não seja nem demasiado difícil nem muito extenso, pode ser que ele consiga dominar uma técnica específica. Sendo a matemática muito abstrata, ele pode considerar esse domínio eterno, e alimentar o sentimento de que não é mais necessário trabalhar, pois pode reencontrá-lo quando quiser. Como pude compreender pela leitura de teu livro, esse domínio se localiza em uma zona precisa do cérebro: se o sistema de neurônios correspondente não é excitado de tempos em tempos por meio da utilização dessa técnica, ele decai.

JPC: Logo, existe um traço material da experiência matemática passada.

AC: Exatamente. De vez em quando é necessário abrir uma gaveta fechada há anos. Em caso contrário, a aparente inutilidade de seu conteúdo conduz à sua progressiva destruição.

A hierarquia das ciências em questão

JPC: Desejaria que a nossa discussão abordasse três temas: em primeiro lugar, a relação entre a matemática e as outras ciências; depois, a questão do realismo e do construtivismo; e enfim, a da relação entre os números e a experiência.
Quanto ao estatuto da matemática no que concerne às outras ciências, duas atitudes se contrapõem: a de Descartes e Leibniz, e a de Diderot. Para os primeiros, a matemática ilumina o mundo com sua verdade, e permite unificar o conjunto das ciências. Qualquer que seja o objeto estudado, ele sempre termina se remetendo à matemática! Existe, portanto, uma hierarquia das ciências que, ainda hoje, constitui a base de nosso sistema educativo. Diderot, ainda que próximo de matemáticos tão destacados quanto D'Alembert, rejeita esse pressuposto. Segundo ele, a matemática nada acrescenta à experiência: ela apenas "interpõe um véu entre a Natureza e o povo"! Em 1623, Francis Bacon já escrevia: "Pois não sei como a lógica e a matemática, que deveriam apenas servir à física, gabando-se por vezes de suas certezas, querem ditar-lhe a lei".[6]

AC: E comum e relativamente justificado considerar a matemática uma linguagem necessária à formalização de quase todas as outras ciências. Que essa formalização seja quantitativa ou qualitativa, ela sempre se efetuará por intermédio da matemática.

JPC: E um pouco o que pensam Descartes e Leibniz.

AC: Sim, mas eles acrescentam que tudo sempre acaba se remetendo à matemática. Uma história bem conhecida dos físicos sugere o contrário. Um físico, que assistia a um colóquio, depois de uma semana acumulara bastante roupa suja. Pôs-se a procurar uma lavanderia. Depois de andar um pouco na avenida principal da cidade, avista uma loja cuja placa anunciava: "Mercearia-Padaria-Lavanderia". Entra com seu pacote de roupa suja, e pergunta quando ficaria pronta. O matemático que administrava a loja responde: "Desculpe-nos, mas não lavamos roupa". "Mas", admira-se o físico, "li 'Lavanderia' na frente de sua loja!". O matemático responde: "Não lavamos nada... apenas vendemos placas!" O físico então vai embora e lava a sua própria roupa. As palavras, como mostra essa história, não bastam! Os físicos utilizam a matemática como uma linguagem, mas o conteúdo efetivo de sua ciência não se deixa reduzir à matemática.

JPC: A matemática é uma linguagem mais rigorosa, nem mais nem menos do que isso.

AC: Mas um artigo de física não se reduz à sua expressão matemática. O físico utiliza com frequência hipóteses sem maiores especificações, e que ele denomina de "intuição física". Elas lhe possibilitam, particularmente, negligenciar certas quantidades, ou efetuar aproximações que o matemático teria dificuldade em adivinhar. Por exemplo, foram necessários cerca de vinte anos, entre 1930 e 1950, para que os físicos elaborassem o método de renormalização na teoria dos campos. Ele consiste em efetuar um cálculo perturbador no qual todos os termos, a partir da segunda ordem, fornecem integrais divergentes. Os físicos,[7] motivados pela extraordinária precisão dos resultados experimentais da espectro- copia do fim dos anos 40 (estrutura fina dos raios do espectro de emissão dos átomos),[8] procuraram desesperadamente extrair um resultado finito dessas integrais divergentes. Para tanto, eles restringiram o domínio de integração às energias da ordem de MC^2, na qual M é a

massa do elétron e C a velocidade da luz. Mediante subtrações não justificadas, eles obtiveram um resultado finito que se aproxima bastante do resultado experimental. Essa técnica foi aos poucos melhorada, por Tomonaga, Schwinger, Feynman e Dyson, até alcançar um acordo com os resultados experimentais correspondente em precisão à espessura de um cabelo na distância Paris-Nova York. Qual foi o papel da intuição física em seu raciocínio? O mecanismo de renormalização consiste, durante os cálculos, em modificar a massa do elétron e substituí-la por uma quantidade que depende da ordem de grandeza das energias consideradas, mas diverge quando a ordem de grandeza tende ao infinito. Para considerar uma comparação bem simples, se um balão cheio de hélio deixa o solo em um instante T = 0, o cálculo de sua aceleração pelo impulso de Arquimedes não fornecerá o resultado que se observa experimentalmente. Com efeito, a presença de um campo, o ar ambiente, equivale a substituir nos cálculos a massa real do balão por uma massa efetiva bem maior. Com base nessa comparação pode-se compreender que o elétron, situado no campo eletromagnético, possua uma massa efetiva bem diferente de sua massa "real", isto é, daquela que aparece na equação matemática. Graças a essa intuição, os físicos puderam desenvolver um método, o da renormalização, o qual, sem dúvida, formula-se em linguagem matemática, mas que os matemáticos, confrontados ao mesmo problema, teriam muita dificuldade em descobrir. A intuição física autoriza os físicos a tomar liberdades com o rigor matemático. A integral de Feynman, por exemplo, não corresponde, no momento, a nenhum objeto matemático preciso. Faz parte, contudo, do cotidiano dos físicos teóricos.

Não obstante, seria errôneo acreditar que a matemática cumpre junto à física apenas o papel de linguagem que exprime resultados. Quando se transforma em modelo uma teoria que se encontra em um estágio ainda primitivo, a matemática com certeza cumpre essa função. Porém, em uma fase de elaboração posterior, como no caso da mecânica quântica, o caráter generativo da matemática acaba desempenhando um papel crucial. Como não ser afetado pela possibilidade de reencontrar a tabela periódica dos elementos de Mendeleev a partir da equação da Schrödinger e do princípio de exclusão de Pauli? E por isso que o matemático pode acreditar ser possível reduzir a física a um certo número de equações. Com frequência, porém, é a intuição do físico que lhe permite compreender as equações.

JPC: Você quer dizer que é o contexto experimental, na física, que permite criar os objetos matemáticos. Uma equação não cai do céu. Ela se insere na história das relações do físico com seu objeto. De modo progressivo, o físico constrói um instrumento matemático adaptado ao problema que ele mesmo coloca.

AC: Isto não é tudo. Um matemático pode manipular objetos que possuem um significado físico. Porém, se ele tiver plena consciência da maneira pela qual, historicamente, esses objetos foram introduzidos, ele se arrisca, com muita facilidade, a cometer erros que o físico não cometeria. Dizer que a matemática forma uma linguagem que contém exatamente o que os físicos encontraram constitui uma forma de autoritarismo exacerbado. Os físicos relutam em expressar seu ponto de vista de maneira suficientemente precisa, em termos matemáticos, temendo empobrecê-lo. Pelo contrário, certas elaborações recentes[9] no campo da interpretação da mecânica quântica mostram que o esforço de formalização matemática permite evidenciar paradoxos, em geral devidos a uma inadequação da linguagem utilizada pelos físicos, ou a uma falta de reflexão sobre a lógica.

JPC: Então, a linguagem matemática é uma linguagem autêntica. Mas é a única?

AC: E a única linguagem universal. E inegável. Para compreendê-la, imaginemos como faríamos para nos comunicarmos com uma outra inteligência, um outro planeta ou um outro sistema solar... E evidente que essas "pessoas" não se expressariam em nenhuma das linguagens por nós praticadas, e que elas não viveriam em uma atmosfera formada de uma mistura de oxigênio e nitrogênio, veículo da palavra.

JPC: Mas, para que possamos nos comunicar com eles, seria necessário que eles tivessem a mesma matemática que nós?

AC: Estou certo disso... Penso até que a matemática seria o melhor meio de nos comunicarmos com eles. Transmitiríamos a eles a lista dos números inteiros, de 1 a 100, digamos. Enviaríamos o seguinte sinal: um "top", um longo silêncio, seguido de dois "top", e de um longo silêncio, depois de três "top" seguidos de um longo silêncio, e assim por diante. Uma vez passada essa lista, transmitiríamos a lei da adição. A única variável sobre a qual se pode modular é o número de "tops" e o intervalo de tempo que os separa. Por exemplo, para comunicar 3 + 2 = 5, a mensagem seria: três "top" consecutivos, um silêncio, dois "top" consecutivos, um silêncio dobrado, e cinco "top". O importante é que a mensagem não seja ambígua. Desse modo, seria possível comunicar a tábua de adição e a tábua de multiplicação, em limites razoáveis. A principal dificuldade consiste em nos assegurarmos de que eles compreenderam. Para isso, poderíamos enviar-lhes, por exemplo, uma adição incompleta. É provável que fosse preciso então esperar milênios antes de obter a resposta! Assim mesmo, uma resposta positiva seria uma prova inegável da existência de uma outra inteligência além de nosso sistema solar. Uma prova mais sólida que os sinais periódicos provenientes do espaço interestelar, como aqueles que surpreenderam os astrônomos quando estes descobriram os primeiros pulsares. Em um nível mais elevado, poderíamos comunicar-lhes a sequência dos números primos, digamos de 1 a 1.000, e pedir-lhes o número seguinte.

JPC: Corremos o risco de aguardar por muito tempo antes de termos uma definição. E mesmo que essa comunicação se estabelecesse, o que ela provaria? Você afirma que "essas 'pessoas' não se expressariam em nenhuma das linguagens por nós praticadas", mas que "eles utilizariam a mesma matemática". Receio discordar. E provável que diversos processos cerebrais fundamentais sejam, no homem, comuns à utilização de toda linguagem, inclusive a linguagem matemática. Se esses extraterrestres utilizassem uma "matemática humana", possuiriam um sistema nervoso bem próximo ao do homem!

Invenção ou descoberta?

JPC: Tratemos da natureza dos objetos matemáticos. Duas posições diametralmente opostas foram defendidas, o "realismo" e o "construtivismo". Para o "realista", que se inspira diretamente em Platão, o mundo é povoado de Ideias, que possuem uma realidade distinta da realidade sensível (ver Figura 1). Vários são os matemáticos contemporâneos que se consideram "realistas". Dieudonné, por exemplo, escreve em seu livro: "E bem difícil descrever as ideias desses matemáticos, que, aliás, variam de um para outro. Eles admitem que os objetos matemáticos possuem uma 'realidade' distinta da realidade sensível (quem sabe semelhante à realidade que Platão atribuía a suas 'Ideias'?)". Um matemático tão notável como Cantor escreveu que "A maior perfeição de Deus é a possibilidade de

criar um conjunto infinito, e a sua imensa bondade o leva a criá-lo". Eis que nos encontramos em plena *mathesis divina*, em plena metafísica! O que surpreende em cientistas sérios. Descartes já se referia à metafísica a propósito da geometria: quando imagino um triângulo, ainda que não haja talvez em nenhum lugar do mundo, fora de meu pensamento, uma tal figura, e que nunca tenha havido alguma, não deixa, entretanto, de haver uma certa natureza ou forma, ou essência determinada, dessa figura, a qual é imutável e eterna, que eu não inventei absolutamente e que não depende, de maneira alguma, de meu espírito".[10] Para os "construtivistas", os objetos matemáticos são seres fictícios, que só existem no pensamento do matemático, e não em um mundo platônico independente da matéria. Existem apenas nos neurônios e sinapses dos matemáticos que os produzem, assim como daqueles que os compreendem e empregam. Voltamos a encontrar esse ponto de vista, levado ao seu limite, é claro, nos filósofos empiristas, como Locke ou Hume. Este escreve, por exemplo, que "todas as nossas ideias são cópias de nossas impressões". Para ele, os objetos da geometria provêm exclusivamente da experiência. Como você se situa em relação a esses dois pontos de vista opostos?

AC: Penso estar bem próximo do ponto de vista realista. Para mim, a sequência dos números primos, por exemplo, é uma realidade bem mais estável do que a realidade material que nos cerca. Pode-se comparar um matemático em trabalho a um explorador que descobre o mundo. A prática revela fatos brutos. Percebe-se, por exemplo, ao efetuar cálculos simples, que a sequência dos números primos parece não ter fim. O trabalho do matemático, nesse caso, consiste em demonstrar que existe uma infinidade de números primos. E um resultado antigo que devemos a Euclides. Essa demonstração prova que, se alguém um dia afirmar ter encontrado o maior número primo, seria fácil mostrar-lhe que ele está errado. Defrontamo-nos então com uma realidade tão incontestável quanto a realidade física.
Em sua busca da realidade matemática, o matemático cria "instrumentos de pensamento". Não devem ser confundidos com a realidade matemática. O sistema decimal, por exemplo, é um instrumento mental familiar, mas incorreríamos em erro se atribuíssemos um significado às cifras decimais que aparecem em um número. Logo festejaremos o ano 2000. A importância desse número é, contudo, apenas cultural. Em matemática, o número 2.000 é desprovido de interesse. No entanto, entre os métodos de que dispõe o matemático para explorar a realidade matemática, penso principalmente na axiomática. Ela serve para colocar os problemas de classificação de objetos matemáticos, definidos por condições bem simples. Sabe-se, por exemplo, com seu auxílio, determinar de maneira exata a lista de todos os corpos finitos. Um corpo finito é um conjunto finito munido de uma lei de adição e de multiplicação, para a qual todo número diferente de zero possui um contrário. As regras verificadas para adição e multiplicação são as mesmas que as regras conhecidas para a adição e multiplicação dos números inteiros. Demonstra-se que existe, para cada número primo "p", e cada inteiro "n", um corpo finito, e um só, tendo "p" elementos. Dispor de um teorema desse tipo nos assegura que uma região da matemática foi explorada em seus mínimos meandros, pelo menos no que concerne à lista de seus objetos possíveis, e isto sem apoio material.

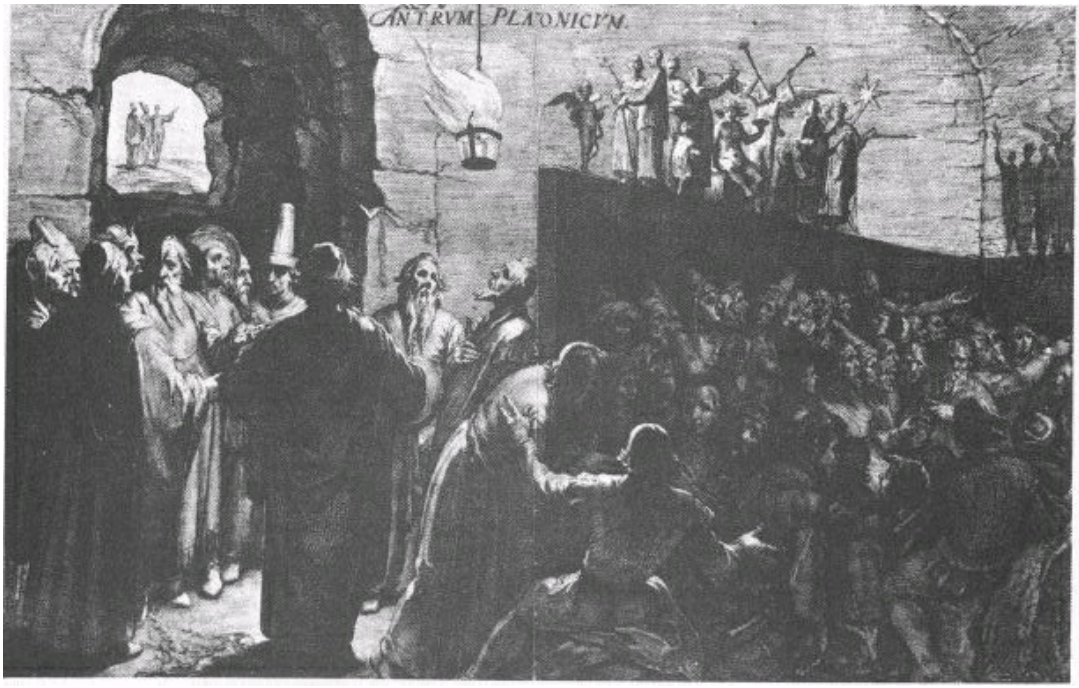


FIGURA 1 - Gravura do século XVIII ilustrando uma célebre passagem de A República de Platão sobre a Alegoria da Caverna. Sócrates e Glaucon interrogam-se sobre a "realidade" das sombras projetadas sobre os muros da caverna, comparada à dos objetos que as causam. Para Platão, a aparência é apenas a sombra da realidade, e as idéias possuem urna existência independente do resto do universo (Biblioteque Nationale, Estampes; clichê Jean-1.oup Chasuret).

JPC: Parece-me, pelo contrário, que esses objetos matemáticos existem materialmente no teu cérebro. Você os examina por dentro mediante um processo consciente, no sentido fisiológico do termo. Se você pode estudar suas propriedades é porque esses objetos possuem uma realidade material. Você mencionou o caso das rotações mentais, [11] e dos objetos que o nosso cérebro trata de maneira física. Nosso cérebro é um objeto físico complexo. Enquanto tal, ele constrói "representações" que se pode identificar a estados físicos. Os objetos matemáticos seriam, na mente do matemático, objetos materiais, "objetos mentais"[12] de propriedades passíveis de serem analisadas mediante um processo reflexivo. Este pode muito bem recorrer a outros objetos matemáticos mais banais, que você chama de "instrumentos". Mas não os considero como de natureza radicalmente diversa, ainda que em níveis de complexidade ou de abstração diferentes. Enfim, o trabalho matemático exige faculdades cerebrais de raciocínio, de lógica que me parecem diretamente ligadas à organização de nosso cérebro, e que já existiam, pelo menos em parte, no *Homo erectus*, quando este desenvolvia estratégias de corte do instrumento de pedra (ver Figura 2). Esses "objetos matemáticos" se identificam a estados físicos de nosso cérebro, de tal modo que deveríamos, em princípio, observá-los de fora, graças a métodos de projeção (*imagerie*) cerebral. A sua resolução é ainda insuficiente para que se possa realmente alcançá-los, mas a ideia é defensável.

AC: Se aceitarmos a existência de uma realidade matemática independente do homem, será preciso distinguir com nitidez entre essa realidade e a maneira pela qual ela é apreendida. E óbvio que, para percebê-la, o nosso cérebro utiliza uma projeção cerebral próxima daquela da física, pelo menos no que se refere à geometria comum baseada em números reais e no espaço euclidiano. No entanto, o método axiomático, para citar apenas esse, permite ao matemático aventurar-se bem além desse recanto familiar. De que modo a projeção mental funciona nessas regiões? Tomemos um exemplo. Conseguimos classificar de modo completo os corpos localmente compactos. Sabe-se determinar de forma exata os corpos, isto é, os objetos matemáticos nos quais se trabalha com uma lei de adição e multiplicação, em que todo número diferente de zero tem um contrário, e que são localmente

compactos. Conhecemos a reta real, que serve de base à física. Porém, há também esses corpos estranhos que denominamos de peádicos (ver Figura 3). Até o momento, eles jamais serviram para resolver um só problema de física. Todavia eles existem, e servem de parâmetro para um número primo, de modo que a cada número primo corresponde um corpo peádico. Conhecemos também pequenas variações, que são denominadas de extensões algébricas: o corpo dos números complexos, depois as extensões algébricas dos corpos peádicos, e enfim corpos de séries formais sobre os corpos finitos. Dentre todos esses corpos, um só, ou melhor, dois, os reais e os complexos, foram utilizados na física. Pode-se efetuar cálculos com números como os números peádicos. Porém, tudo se passa como se, em vez de calcular da esquerda para a direita, calculássemos da direita para a esquerda. A noção de porte ou de grandeza de um número não corresponde mais à noção comum. Esses cálculos podem ser efetuados tanto por um computador quanto por um cérebro humano. Porém, é difícil encontrar um modelo físico simples que sirva como projeção mental para todos esses cálculos. Penso que as possibilidades de adaptação do cérebro lhe permitem justamente desenvolver uma intuição, que não provém da realidade física, mas que é adaptada ao problema matemático posto.

JPC: Parece-me que você não distingue suficientemente os objetos matemáticos de suas propriedades. Esses objetos são "novas construções" que o matemático concebe antes de ter examinado todas as propriedades. No início, trata-se de "conjecturas", de "postulados" que podem ou não ser demonstrados. E na conjectura, no edifício inicial postulado, que atingimos a natureza dos objetos matemáticos. John Stuart Mill já propunha dizer que "o fato enunciado na definição de um número é um fato físico".[13] Não deve surpreender que os números inteiros possuam tal ou tal propriedade. Ela está contida na definição que o matemático propõe, na intuição inicial. Porém, é preciso tempo para reconhecer essas propriedades. A axiomática, a lógica e todas as funções cerebrais relacionadas têm um papel crucial nesse trabalho de análise, de dedução: servem de aparelho lógico. Um dos traços mais marcantes da máquina cerebral humana é tanto criar novos objetos mentais quanto analisar as propriedades que muitas vezes, mas a posteriori, parecem ser de extrema simplicidade.

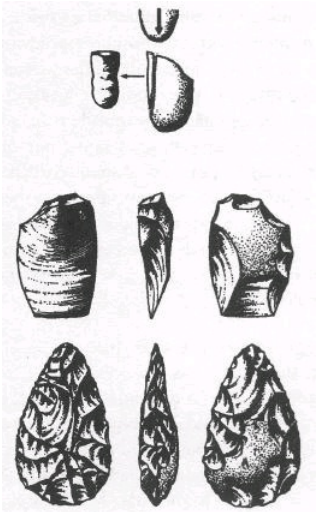


FIGURA 2 - Os ancestrais do *Homo sapiens* desenvolvem estratégias de corte de ferramentas de pedra que exigem ao mesmo tempo um elevado domínio gestual e uma elevada taxa de previsão no desenrolar das operações manuais. As faculdades de representação e de raciocínio lógico eram já bastante desenvolvidas no *Homo erectus*, que confeccionou esses instrumentos e que, há cerca de 400 mil anos, domesticou o fogo ... Uma ligeira assimetria entre as impressões dos hemisférios esquerdo e direito nos ossos do crânio sugerem que o Homo erectus já fazia uso da fala (De acordo com Leroi-Gourhan, A., *Le geste et la parole*. Paris: Albin Michel, 1964).

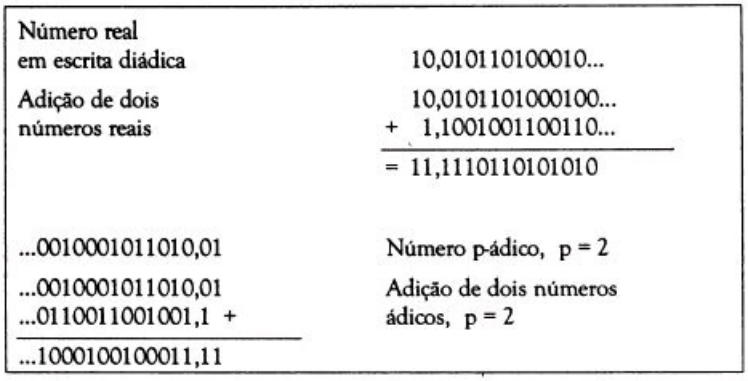


Figura 3 - Essa figura mostra um exemplo da comparação entre a adição de dois números reais em escritura diádica e a adição de dois números 2-ádicos. A conexidade dos números reais resulta das identificações da seguinte forma: 0,00111111... =0,0100000...

AC: Nas primeiras séries escolares, ensina-se às crianças a efetuarem adições e divisões a partir de números reais. Seria bem mais delicado ensinar-lhes a manipular os números peádicos. Por quê? Porque eles deveriam ter ultrapassado uma fase muito importante na prática da matemática: a do contato com o real. Indo além dela, perdemos a percepção imediata das grandezas, devemos nos entregar ao cálculo puro. A realidade com a qual nos deparamos não é mais a realidade tangível de um triângulo isósceles ou de outro tipo. E bem mais forte. Se realizarmos um cálculo de duas maneiras diferentes, e se não encontrarmos o mesmo resultado, experimentamos uma efetiva frustração. Para mim, a realidade matemática é dessa ordem. Existe uma coerência, inexplicada, independente de nosso sistema de raciocínio, que garante que, se trabalharmos da maneira correta, encontraremos o erro. Descobrimos então uma coerência que de feto supera aquela que produz a intuição sensível, a intuição direta dos fenômenos.

JPC: Embora essa coerência seja ainda inexplicada, isto não prova que ela seja inexplicável. Muito menos que ela seja independente de nosso sistema de raciocínio, como você afirma.

A matemática possui uma história

JPC: Permaneço em dúvida quanto à opinião segundo a qual os objetos matemáticos existem em algum lugar "no Universo", independentemente de qualquer apoio material e cerebral. Parece- me útil tomar certas distâncias em relação ao trabalho do matemático e, em particular, perante os objetos que ele constrói. Seria preciso situar o objeto matemático no contexto histórico em que ele surgiu. Costuma-se ensinar a matemática como um conjunto coerente de proposições, de teoremas, de axiomas. Esquece-se que estes surgiram de forma progressiva ao longo da história da matemática e da sociedade humana; em suma, que constituem objetos culturais sujeitos a evolução. Situar os objetos matemáticos em uma perspectiva histórica permite "laicizá-los", tomá-los mais contingentes. As teorias sucedem as teorias, e algumas, sem falsear as anteriores, trazem um novo enfoque. E o que ocorre, por exemplo, com as geometrias não euclidianas. Os axiomas da geometria euclidiana formam um todo coerente: estamos em presença dessa famosa coerência que te surpreende tanto, e que toma o conjunto, mas em aparência somente, independente de todo apoio material, para retomar os teus termos. Não obstante, no século XIX, as geometrias não euclidianas vieram abalar essa convicção.

AC: Mas em absoluto elas perturbaram a coerência da geometria euclidiana! Pelo contrário, pode-se

utilizar esse exemplo para mostrar a força e a fecundidade do instrumental axiomático. No início, a geometria euclidiana foi compreendida com o auxílio da experiência física. Euclides tentou apresentar um certo número de axiomas que permitissem efetuar o que se denomina demonstrações. Um deles parecia supérfluo: o axioma da única paralela para uma reta dada passando por um ponto dado. Parecia possível demonstrar que não era preciso acrescentá-lo, e que ele decorria dos demais. Foi justamente na tentativa de demonstrar a sua necessidade que se descobriu as geometrias não euclidianas. Durante boa parte do século XIX, estas foram consideradas esotéricas pelos matemáticos. Gausse chegou a hesitar em publicar seus resultados, temendo suscitar a incredulidade. Até o dia em que Poincaré percebeu que a geometria plana da curvatura -1 era um instrumento extraordinário, mesmo para resolver problemas da teoria dos números, que ele havia considerado de modo independente. Deduziu sua teoria das funções fúchsianas.[14] Como se chegou então às geometrias não euclidianas? Não por termos constatado que o espaço no qual vivemos não se adequa à geometria euclidiana, mas simplesmente a partir de um problema axiomático, e do esforço para caracterizar a geometria mediante um pequeno número de propriedades.

JPC: Isto nem sempre prova a imaterialidade dos objetos matemáticos! Para mim, o método axiomático é a expressão elaborada de faculdades cerebrais, de faculdades cognitivas, ligadas ao uso da linguagem pelo homem. Ora, o que caracteriza essa linguagem é precisamente seu caráter gerativo.

AC: Intervém aqui uma característica, própria aos matemáticos, muito difícil de ser explicada. Pode-se, por intermédio de esforços consideráveis, elaborar uma lista completa de objetos matemáticos definidos por condições simples. Acredita-se, de modo intuitivo, que a lista é completa, e busca-se, em geral, demonstrar que ela é exaustiva. Pois bem, com frequência se encontram outros objetos, justamente quando se procura demonstrar que a lista se esgotou. Tomemos o exemplo da teoria dos grupos finitos. A noção de grupo finito é elementar, e quase do mesmo nível que a dos números inteiros. Um grupo finito é o grupo das simetrias de um objeto finito. Os matemáticos procuraram classificar o que se denomina de grupos finitos simples, ou seja, os grupos finitos que, um pouco como os números primos, não podem ser decompostos em grupos menores. É um problema de extrema dificuldade. Galois mostrara que para n >= 5, o grupo de permutações pares de um conjunto de n elementos é simples. E o francês Claude Chevalley construíra séries de grupos finitos simples, que se assemelhavam ao que se denomina séries de grupos de Lie. Podia-se pensar, então, que, além dos grupos descobertos por Mathieu no século XIX, não existiam outros. Quando se tentou demonstrá-lo, encontrou-se cerca de vinte grupos que não estavam incluídos na lista de Chevalley: os grupos esporádicos. Há cerca de 15 anos, descobriu-se o último grupo finito simples, aquele que se denomina "o monstro". E um grupo finito, descoberto mediante raciocínio matemático puro, cujo número de elementos é considerável:

808017424794512875886459904961710757005754368000000000

Hoje, os especialistas conseguiram, à custa de esforços heróicos, demonstrar que a lista dos 26 grupos finitos simples esporádicos está completa (ver Figura 4).

JPC: Não vejo em que esgotar todas as possibilidades demonstra que o objeto em questão é uma "idealidade", preexistente ao homem. Tomemos o exemplo de um objeto regular, como um cubo ou

uma pirâmide de sal-gema. É evidente que suas propriedades se esgotarão rapidamente. Isto não prova, ainda que Descartes o afirme, que suas propriedades são as de uma forma "imutável e eterna", que não depende em absoluto de nosso cérebro. Quando o matemático elabora regras de coerência lógica, regras de exclusão, um formalismo, ele constrói uma linguagem universal, e esta lhe permite reconhecer as propriedades do objeto que ele construiu previamente. Enfim, ele "descobre" as consequências daquilo que ele imaginou! Ele revela o que Granger[15] chama de "conteúdo formal" do objeto matemático. Ninguém irá dizer, a não ser alguns crédulos, que o Verbo existe antes da Matéria!

OS GRUPOS FINITOS

Definição

Um grupo finito G é o dado de um conjunto finito G e de uma lei de composição, isto é, uma aplicação de G x G em G notado $(g_1, g_2) \rightarrow g_1 g_2$ tal que: 1) $g_1 (g_2 g_3) = (g_1 g_2) g_3$ para todo $g_i \in G$; 2) existe $e \in G$, tal que $eg = ge = g$; $\forall g \in G$; 3) para todo $g \in G$, existe $g_{-1} \in G$, tal que $gg_{-1} = g_{-1}g = e$. Um homomorfismo de um grupo G_1 em um grupo G_2 é uma aplicação 1 do conjunto G_1 no conjunto G_2 tal que $l(g_1 g_2) = l(g_1) l(g_2)$, $\forall g_1, g_2 \in G$.

Um grupo finito G é simples se e somente se todo homomorfismo de G em direção a G' for tanto constante quanto injetor.

Teorema de classificação dos grupos finitos simples

Os grupos finitos simples são os seguintes:
- os grupos cíclicos de primeira ordem
- os grupos alternados de grau 5, pelo menos
- os grupos de Chevalley e o grupo de Tits
- os 26 grupos esporádicos

Os grupos esporádicos

GRUPO	ORDEM	PESQUISADOR
M_{11}	$2^4.3^2.5.11$	Mathieu
M_{12}	$2^6.3^3.5.11$	Mathieu
M_{22}	$2^7.3^3.5.7.11$	Mathieu
M_{23}	$2^7.3^2.5.7.11.23$	Mathieu
M_{24}	$2^{10}.3^3.5.7.11.23$	Mathieu
J_2	$2^7.3^3.5^2.7$	Hall, Janko
Suz	$2^{13}.3^7.5^2.7.11.13$	Suzuki
HS	$2^9.3^2.5^3.7.11$	Higman, Sims
McL	$2^7.3^6.5^3.7.11$	MacLaughlin
Co_3	$2^{10}.3^7.5^3.7.11.23$	Conway
Co_2	$2^{18}.3^6.5^3.7.11.23$	Conway
Co_1	$2^{21}.3^9.5^4.7^2.11.13.23$	Conway, Leech
He	$2^{10}.3^3.5^2.7^3.17$	Held/Higman, Mckay
Fi_{22}	$2^{17}.3^9.5^2.7.11.13$	Fischer
Fi_{23}	$2^{18}.3^{13}.5^2.7.11.13.17.23$	Fischer
Fi_{24}	$2^{21}.3^{16}.5^2.7^3.11.13.17.23.29$	Fischer
HN	$2^{14}.3^6.5^6.7.11.19$	Harada, Norton/Smith
Th	$2^{15}.3^{10}.5^3.7^2.13.19.31$	Thompson/Smith
B	$2^{41}.3^{13}.5^6.7^2.11.13.17.19.23.31.47$	Fischer/Sims, Leon
M	$2^{46}.3^{20}.5^9.7^6.11^2.13^3.17.19.23.29.31.41.47.59.71$	Fischer, Griess
J_1	$2^3.3.5.7.11.19$	Janko
O'N	$2^9.3^4.7^3.5.11.19.31$	O'Nan/Sims
J_3	$2^7.3^5.5.17.19$	Janko/Higman, McKay
Ly	$2^8.3^7.5^6.7.11.31.37.67$	Lyons/Sims
Ru	$2^{14}.3^3.5^3.7.13.29$	Rudvalis/Conway, Wales
J_4	$2^{21}.3^3.5.7.11^3.23.29.31.37.43$	Janko/Norton, Parker, Benson, Conway, Thackray

É a matemática uma mera linguagem?

JPC: Quando falamos, manipulamos conceitos. Você descreve uma série de raciocínios, ou seja, procedimentos mentais ou cerebrais que operam sobre objetos concretos que você representa para si mesmo. Pode-se pensar no geômetra grego que desenhava figuras simples na areia e estudava suas propriedades. Nada do que você diz me persuade da realidade desses objetos fora de nosso cérebro. Mesmo que consiga especificar, de maneira perfeitamente coerente e organizada, o seu número ou sua natureza. O que você diz, pelo contrário, tende a retirar dos objetos matemáticos toda "realidade", no sentido platônico do termo. Você afirma que a matemática constitui uma linguagem, e que existem várias linguagens elementares... Talvez a matemática constitua a síntese apurada de todas

essas linguagens, uma espécie de linguagem universal... Ninguém imagina que o chinês, ou o russo, tenham existido antes do homem, no Universo. Então, por que essa hipótese em relação à matemática?

AC: "Nada prova", diz você, "a realidade desses objetos fora de nosso cérebro." Comparemos a realidade matemática ao mundo material que nos rodeia. O que prova a realidade desse mundo material além da percepção que nosso cérebro tem dele? Principalmente, a coerência de nossas percepções, e sua permanência. De maneira mais precisa, a coerência do tato e da visão para um só e mesmo indivíduo. A realidade matemática é da mesma natureza. Um cálculo efetuado de diversas maneiras diferentes fornece o mesmo resultado, seja ele feito por um só indivíduo ou por vários. A verdade do teorema de Euclides sobre os números primos não depende de tal ou tal modo de percepção. É verdade que a matemática é utilizada como uma linguagem pelas outras ciências. Porém, não se deve reduzi-la a isso, sob o risco de cometer um erro grave. É por isso que a comparação com o chinês não me parece justificada. Começou-se a explorar a realidade matemática em zonas nas quais a projeção mental ligada ao mundo real é bem simples.
É o caso para a geometria euclidiana. Depois, graças aos procedimentos axiomáticos, ou aos problemas concretos colocados pela teoria dos números, pôde-se atingir regiões bem mais distantes da realidade material. O que não impede que a realidade à qual se é então confrontado seja tão sólida quanto a realidade cotidiana. A frustração experimentada por um matemático que não consegue ver o que se passa nessa realidade é de fato comparável à de um cego que busca seu caminho. Isto me sugere a seguinte alegoria: imagine que eu viva em uma aldeia da qual eu não possa sair e, a uns dez quilômetros dali, ergue-se uma imensa torre. Se eu fosse o único cego da aldeia, os meus vizinhos levariam bastante tempo me descrevendo essa torre, de cuja existência não duvidariam, ao passo que eu levaria o meu tempo explicando que ela é apenas uma construção mental destinada a dar conta de certos fenômenos visuais que não me dizem respeito. Assim, infelizmente, enquanto não se for confrontado com a realidade matemática, pode-se impunemente negar sua existência.

JPC: Essa "coerência da percepção" do mundo exterior é devida a seu aparelho cerebral, mas em um nível de abstração inferior ao dos objetos matemáticos. O fato de que se possa reconhecer aos objetos matemáticos propriedades universais não prova a sua independência em relação ao cérebro humano mais do que a existência da palavra "Estado", ou da palavra "felicidade". Com a diferença de que os conceitos matemáticos possuem uma definição mais precisa e mais restritiva e, em virtude disso, possuem propriedades mais bem definidas, mais "universais".
Por outro lado, parece-me que você recorre repetidas vezes à metáfora. Compara a pesquisa matemática à exploração de um continente, ou de uma aldeia com suas ruas e sua torre. No entanto, essa metáfora faz cair o nível de discurso matemático abstrato para um inferior, concreto e figurado, que não deve de modo algum ser adotado em uma primeira abordagem. Uma metáfora que não poderia servir como demonstração. Pior, você joga com os sentidos múltiplos e contraditórios das palavras "realismo" ou "realidade".
O "realismo" é, em primeiro lugar, a doutrina platônica segundo a qual as Ideias fazem parte de um mundo distinto do mundo material, e possuem uma existência efetiva em um grau mais alto que os seres individuais e sensíveis, que seriam apenas seu reflexo e sua imagem (ver Figura 1). Mas, é também a doutrina de acordo com a qual o ser é independente do conhecimento atual que têm os sujeitos conscientes. Enfim, é "realista" aquele que postula uma diferença de natureza entre ser e

pensamento: o ser não pode ser nem deduzido do pensamento, nem exprimir-se de maneira adequada e exaustiva em termos lógicos. Infelizmente, as suas metáforas o conduzem do primeiro ao terceiro sentido, quando esses sentidos são contraditórios! Quanto a mim, utilizo a palavra "realismo", ou o termo "realidade", principalmente em um sentido não platônico, que é uma espécie de compromisso entre as duas outras definições. Para mim, a matéria, sob seus diversos estados, os seres vivos, o homem, existem de forma independente do pensamento humano e do conhecimento atual que os sujeitos conscientes têm deles. Porém, o pensamento humano, por sua vez a expressão de um estado particular da matéria, tenta descrever esse "em si", essa ultima actualitas. Busca fornecer, graças à experiência, uma definição progressiva, mas não necessariamente exaustiva, desta. Faço uma distinção bem nítida, portanto, entre a realidade da matéria e o que você chama de "realidade matemática". A existência desta última parece-me ligada ao pensamento do homem, ele mesmo produto da evolução das espécies.

Notas

1 THOM, R. Paraboles et catastrophes. Paris: Flammarion, 1983. p.50.
2 Ibidem, p.46.
3 MONOD, J., WYMAN, J., CHANGEUX, J.-P. On the nature of allosteric transition: a plausible model. J. Mol. Biol., n.12, p.88-118, 1965.
4 CHANGEUX, J.-P. Uhomme neuronal. Paris: Fayard, 1983.
5 SHEPARD, R., METZLER, J. Mental rotation of three-dimensional objects. Science, n.171, p.701-3,1971.
6 BACON, F. De dignitate et augmentis, III, 6. Trad, francesa de Buchon, p.103.7 BETHE, W. A. The Electromagnetic Shift of Energy Levels. Physical Review, v.72, p.338,1947.
7 BETHE, W. A. The Electromagnetic Shift of Energy Levels. Physical Review, v.72, p.338,1947. correspon8 IAMB, R. Fine Structure of the Hydrogen Atom by a Microwave Method. Phys. Rev., v.72, p.241,1947.
8 IAMB, R. Fine Structure of the Hydrogen Atom by a Microwave Method. Phys. Rev., v.72, p.241,1947.
9 OMNES, R. From Hilbert Space to Common Sense: A synthesis of Recent Progress in the Interpretation of Quantum Mechanics. Lab. Phys. théorique et Haute énergie, Orsay: s.n., s.d.
10 DESCARTES, R. Meditações, V. Trad. J. Guinsburg e Bento Prado Jr. 3.ed. São Paulo: Abril Cultural, 1983. p. 124. (Os Pensadores).
11 SHEPARD, R., METZLER, J., op. cit, 1971.
12 CHANGEUX, J.-P. op. cit, 1983.
13 MILL, J. S. Sistème de logique, III, 24.5,1851.
14 Segundo H. Poincaré, diz-se de funções que se conservam invariáveis em certas transformações, constituindo o grupo fuchsiano (de Immanuel Lazarus Fuchs, 1833-1902). (N. T.)
15 GRANGER, G. G. Sur l'idée de concept mathématique naturel. Revue Int. Phibsophie, v.167, p.474-98,1988.

CAPÍTULO 2 - PLATÃO MATERIALISTA?

A ascese intelectual do materialista

JEAN-PIERRE CHANGEUX: Tuas teses sobre a natureza dos objetos matemáticos parecem um pouco paradoxais: você defende um ponto de vista platônico, ao mesmo tempo em que afirma o fundamento materialista de teu pensamento. Talvez devêssemos voltar sobre o que se pode chamar de materialismo, ou antes, de método, *programa* materialista? Trata-se, como mostra J. T. Desanti em *La philosophie silencieuse*,[1] de uma tentativa de explicação que exige um material mínimo, se possível limitado às leis físicas e químicas. O materialismo supõe, portanto, para empregar a expressão de Espinosa, uma *emendatio intellectus*, uma reforma do entendimento pela qual nos esforçamos em eliminar os resíduos míticos ainda presentes em nós, em particular, o platonismo. A explicação materialista contribui para a reintegração do homem na natureza. Nessa obra, que considero excelente, Desanti mostra que essa tarefa supõe a construção de modelos da realidade que sempre contêm, segundo os seus termos, um submodelo, para a constituição do qual se toma um grande cuidado. Para ele, "é o modelo do conjunto dos processos que produzem o conhecimento, e que importa construir de tal modo que: 1º) ele seja compatível com o modelo da realidade; 2º) dele seja explicitamente eliminado todo apelo a uma forma qualquer de transcendência. Para fixar, denominemos aparelho de conhecimento o submodelo cuja constituição é desse modo exigida".[2] Para o neurobiólogo, o aparelho de conhecimento que permite apreender a realidade, construir esses modelos, é o cérebro. Desanti, filósofo da matemática, coloca claramente o problema da natureza da matemática em termos neurobiológicos, mas considera que se trata de uma utopia. Chega a escrever que "a constituição de um modelo adequado do aparelho de conhecimento só pode ser quimérico", e que "é preciso portanto resolver-se por uma epistemologia materialista fraca".3 Desistência do filósofo, certamente por ignorar o poder de explicação oferecido pelas neurociências, e é preciso acrescentar, por insuficiência também, na medida em que Desanti escreve a respeito das neurociências e das ciências cognitivas.

Defendo, pelo contrário, uma epistemologia materialista forte, a única que me parece aceitável da parte de um cientista experiente, zeloso de coerência. Esse programa não é novo. Já foi formulado por Demócrito, esse filósofo pré-socrático que, segundo a lenda, estava sempre sorrindo (ver Figura 5). E muitos foram, ao longo da história, os cientistas que tiveram a coragem de adotá-lo, a despeito das perseguições de que foram objeto: Vanini, queimado pela Inquisição em Toulouse, em 1619, o anatomista Vésale e, claro, Galileu... foram apenas algumas das vítimas de uma intolerância ainda viva em nossos dias.

5 - Retrato de Demócrito por Coypel (1692). Nascido por volta de 500 Abdera, uma das colônias ionianas com as quais as culturas grega e oriental entravam em contato, Demócrito teria tido uma vida extremamente longa, de 100 a 109 anos. Contemporâneo de Sócrates, ele foi, junto com Leucipo, o fundador do atomismo e, segundo Nietzsche, o primeiro pensador racionalista a ter elemento mítico de seu pensamento. É tradicionalmente representado com um sorriso que testemunharia sua alegria por ter triunfado dos temores irracionais e superstições (Museu do Louvre; a partir de uma reprodução).

É preciso então definir os componentes do que Desanti denomina aparelho de conhecimento, e tentar descrever as suas produções, em particular no campo da matemática. O aparelho de definir conhecimento é "um mecanismo de abstração ou de construção que fabrica tipos e classes de objetos, a partir de um material sensível que o mundo fornece no original". E uma excelente definição do funcionamento cerebral. A tarefa do neurobiólogo consiste, por conseguinte, em realizar uma epistemologia materialista forte, particularmente em descrever como o cérebro do homem engendra os objetos, entre os quais se situam, também, os objetos matemáticos. O que sugere a você esse enfoque materialista?

ALAIN CONNES: Por um lado, existe independentemente do homem uma realidade matemática bruta e imutável; por outro, só a percebemos graças a nosso cérebro, ao preço, como dizia Valéry, de uma rara mistura de concentração e de desejo. Dissocio, portanto, a realidade matemática do instrumento de que dispomos para explorá-la, e admito que o cérebro é um instrumento de investigação material que nada tem de divino, que nada deve a qualquer tipo de transcendência. Quanto melhor compreendermos o seu funcionamento, melhor o utilizaremos. Porém, a realidade matemática não será por isto mudada. Não mais do que a sequência dos números primos. Apenas a soma de nossos conhecimentos será modificada. Se eu fosse insensível à perspectiva materialista, poderia facilmente pretender que "o espírito humano" nada tem a ver com um melhor conhecimento do funcionamento físico e biológico do cérebro. Longe de mim essa ideia. Logo, a minha posição está ao nível da razão.

JPC: A palavra "independente" requer uma definição. No âmbito do realismo platônico, significa imaterialidade. Mas eu gostaria de conhecer melhor o fundamento desses objetos matemáticos, que você pretende que existam de maneira independente do cérebro do homem, ao mesmo tempo em que se declara materialista! Tenho dificuldade em imaginar que os números inteiros existam na natureza. Porque não ver $\pi = 3{,}1416$ escrito em letras douradas no céu, ou $6{,}02 \times 10^{23}$ aparecer nos reflexos de uma bola de cristal! Os átomos existem na natureza, sem dúvida, mas o átomo de Bohr, não. Uma galinha poderia eventualmente contar o número de ovos que ela pôs, ou melhor, dar-se conta do espaço que ocupam no ninho. Mas com certeza ela não sabe contar até dez, nem definir as propriedades dos números inteiros. A matemática me parece constituir uma linguagem formal, simplificada ao máximo, e própria à espécie humana.

AC: Penso que deve-se tomar o cuidado de não confundir a realidade matemática e sua possível ilustração nos fenômenos naturais. Quando falo da existência independente da realidade matemática, de modo algum a localizo na realidade física. Um certo número de modelos físicos utilizam a matemática, é verdade, para descrever fenômenos naturais, mas seria um erro grave reduzi-la a esses fenômenos. Acredito que o matemático desenvolve um "sentido" irredutível à visão, à audição e ao tato, que lhe permite perceber uma realidade tão palpável quanto, mas bem mais estável que a realidade física, pois não localizada no espaço-tempo. Quando se desloca na geografia da matemática, o matemático aos poucos percebe os contornos e a estrutura inacreditavelmente rica do mundo matemático. Ele desenvolve, de forma progressiva, uma sensibilidade para a noção de simplicidade que possibilita o acesso a novas regiões da paisagem matemática.

JPC: O seu argumento principal é portanto a simplicidade. No entanto, não se pode afirmar também que, por exemplo, o tema da Sétima Sinfonia de Beethoven é uma melodia de uma extrema simplicidade?

AC: Sim, mas ela não é necessária. Eis a diferença.

JPC: Mas é o teu cérebro que produz a necessidade! E você que cria essa simplicidade, quando confronta as representações mentais entre si ou a objetos naturais, quando você constata a sua adequação ou inadequação com auxílio dos sentidos a que você se refere, e que eu considero produto de nossas faculdades cerebrais. Mais uma vez, será que isto prova que essa simplicidade tem uma origem imaterial?

AC: A diferença de uma sinfonia de Beethoven é a seguinte: na matemática, pode-se verdadeiramente demonstrar - uma vez que o problema foi bem colocado, por exemplo, no que se refere aos objetos finitos - que se obteve a lista completa dos objetos que se busca. Mas não há nenhum teorema que permita deduzir de um primeiro tema o resto da sinfonia de Beethoven.

JPC: Essa diferença é importante. Mas podemos encontrar essa propriedade "gerativa" da matemática, sob uma outra forma, na escrita musical, em particular em Bach, em Boulez e outros compositores contemporâneos. Ela constitui um dos traços característicos da linguagem humana, cuja expressão mais simples é a sintaxe. Os próprios conceitos, aliás, podem possuir um certo caráter gerativo. Consideremos, por exemplo, o conceito de liberdade. Ainda que não seja matemático, esse conceito teve, no momento da Revolução Francesa, um poder gerativo considerável, que ainda hoje conserva. Quantos novos conceitos, quantos textos de leis se baseiam em sua definição! Toda uma série de reorganizações sociais, novos direitos e transformações na estrutura do Estado resultam dela (ver Figura 6). Nem por isso alguém dirá que a "liberdade" existe, na natureza, de forma independente do homem. É claro, a demonstração matemática que você apresenta é bem mais rigorosa, fechada, completa, coerente, ou outras coisas ainda, do que aquilo que a história conseguiu extrair do conceito de "liberdade". Todavia, não poderíamos comparar um conceito tão abstrato quanto o de liberdade ao de número inteiro, deixando de lado, é claro, as consequências acarretadas por cada um? Por que colocar uma diferença tão profunda de *natureza*?

AC: Não confundamos instrumento e realidade estudada. O conceito de liberdade foi elaborado de maneira progressiva pelo espírito humano, a fim de explicar certos comportamentos dos seres vivos.

Não coloco em dúvida sua realidade! O mesmo faz o matemático, que elabora ferramentas como o método axiomático, ou conceitos, como a topologia geral ou a probabilidade, que lhe possibilitam, por exemplo, compreender de maneira mais eficaz sequência dos números primos. Porém, o fato de que progressiva dos conceitos e métodos de investigação a realidade dessa sequência. Ela nos permite simplesmente compreendê-la melhor. A sua resistência em admitir a existência da realidade matemática provém, em parte, de uma confusão entre instrumentos conceituais e a realidade, e em parte também da existência de uma ilustração física bem parcial da matemática.

FIGURA 6 – A Estátua da Liberdade, praça Tian-na-Men, Pequim, 29-30 de maio de 1989

JPC: De modo algum confundo instrumentos conceituais e realidade, no sentido em que utilizo esta palavra. Isso porque, para mim, esses "instrumentos" servem para estudar as *propriedades* de objetos que o cérebro do matemático produz, e que são dotadas de uma autêntica realidade física. Em contrapartida, não considero que o *método* axiomático seja um conceito. E um *procedimento* cerebral. Já o número inteiro é um conceito, uma "representação mental" simplificada, do qual se reconhece com facilidades as propriedades originais. A meu ver, a "liberdade" é um conceito autêntico, e não se compara ao método axiomático.

Psicanálise da matemática

AC: Um dos traços essenciais do trabalho do matemático é reconhecer a coerência interna e o caráter gerativo próprio a certos conceitos. Conceitos bem simples podem engendrar ideias ou modelos de qualquer outro tipo. Cada vez mais, tem-se a impressão efetiva de explorar um mundo... e de alcançar uma coerência que mostra que se explorou toda uma região. Nessas condições, como evitar sentir que

esse mundo possui uma existência independente?

JPC: Você diz "sentir"? A sua atitude em relação à matemática seria mais um sentimento do que uma reflexão?

AC: E antes uma intuição, uma intuição construída com muito trabalho. A minha posição se funda, por um lado, na frustração que experimento, muitas vezes, diante de soluções parciais e contraditórias de um problema e, por outro, em um contato direto com os objetos matemáticos, contato que suscita uma intuição evidentemente dissociada daquela dos fenômenos naturais. O realismo e o materialismo não me parecem de modo algum inconciliáveis. Qual o preço a pagar por aceitar, como hipótese de trabalho, a existência independente da realidade matemática? Nenhum, ao que me parece. Pelo contrário, isto nos dá a garantia de que sempre haverá um meio de comunicar esses conceitos de uma civilização a outra.

JPC: O verdadeiro preço a pagar é compreender como nosso "aparelho de conhecimento" produz objetos dessa natureza! Pergunto-me, aliás, em que medida a independência a que você se refere não provém simplesmente do feto de que se trata de objetos culturais bem particulares, transmissíveis de um indivíduo a outro, qualquer que seja a sua cultura; uma espécie de semântica universal limitada, até a mais bem informada, em toda objetividade, ao universo do homem. Que esses objetos possam existir sob forma escrita, por exemplo, desenhadas na areia, como faziam os primeiros gregos, ou gravadas, como hoje, em disquetes de um computador, isso dá a entender que se trata de objetos independentes do cérebro humano. Ora, nada disso acontece. Trata-se, antes, de "representações culturais" suscetíveis de se propagar, de frutificar e de proliferar e serem transmitidas de cérebro a cérebro. Elas possuem propriedades específicas, em particular, essa coerência, essa "necessidade interna" que você gosta de enfatizar, e que lhes confere uma "aparência" de autonomia. É essa "aparência" que o fascina, e a fascinação que você sente é aquela que exerce, *a posteriori*, o objeto criado sobre os olhos do criador. Ela se explica pela prática científica, e por tudo o que ela implica d e *subjetividade*. Pode-se dizer que um sujeito submetido à psicanálise, pela experiência que adquire de si mesmo, ou com as pessoas com as quais ele mantém relações, progride na compreensão da natureza profunda de seu próprio cérebro? Infelizmente, não. A psicanálise não conduziu a progressos significativos no conhecimento do cérebro, de sua arquitetura, de sua natureza físico-química. Temo que o "sentimento" que você tem de "descobrir" essa "realidade", por platônica que seja, constitua uma visão puramente introspectiva e, por causa disso, subjetiva do problema. Admito, contudo, que a matemática constitua uma produção cerebral de uma natureza particular. E penso que poderíamos nos estender sobre uma definição desse tipo. Os objetos matemáticos são conceitos abstratos, assim como o conceito de liberdade. Eles possuem propriedades específicas. Estas, porém, não implicam de maneira alguma sua imaterialidade, não mais do que o realismo platônico.

AC: A nossa discussão gira em tomo da definição da palavra "realidade". Para mim, a realidade se define pela coincidência e permanência das percepções, seja de um mesmo indivíduo, seja de vários indivíduos no interior de um grupo.

JPC: Essa percepção coletiva é necessária. Mas não suficiente. Ela inclui tanto as ilusões ópticas quanto as alucinações coletivas... Os índios Huichol,[4] por ocasião da peregrinação anual, durante a qual eles consomem peiote, são *todos* tomados pelo sentimento de ter realmente alcançado o Paraíso.

A "coincidência de percepções", portanto, não basta para definir uma realidade objetiva!

Os objetos matemáticos são, como os outros, representações culturais?

JPC: Mas, não se pode dizer que um objeto mental se define por sua coerência interna, por um certo número de propriedades exclusivas, e pelo fato de que vários indivíduos dentro de um grupo, felizmente, são capazes de percebê-lo em comum? Isto não tem nada de extraordinário. Todos eles têm o mesmo cérebro, ou quase! Por outro lado, já chamei a atenção para o dado de que a matemática possui uma história. Se esses objetos matemáticos existissem no universo de maneira intemporal, como imaginaram Pitágoras e Platão, deveríamos poder encontrá-los a todo momento. Ora, a matemática evolui, tanto em seu conteúdo quanto na escrita e em sua simbologia. Por que essa constante renovação por você evocada? É difícil conceber os objetos matemáticos de uma *mathesis universalis* sendo postos em questão por uma nova teoria. Se eles fossem tão universais e tão independentes de nosso cérebro, por que evoluiriam? A história da matemática não é linear. Ela é feita de controvérsias, debates, divergências, renovações, atualizações incessantes... Em suma, tem-se a impressão de estar lidando com objetos culturais, que são produzidos e utilizados em cada estágio do desenvolvimento de nossa civilização, e que são renovados à medida que outros objetos culturais, que não são necessariamente matemáticos, evoluem.

AC: Os conhecimentos matemáticos evidentemente possuem um caráter histórico, assim como a exploração de um continente. Diante da lista dos matemáticos que, ao preço de esforços heroicos, descobriram os grupos finitos simples esporádicos, não teria o profano a mesma impressão do que diante de uma lista de exploradores? Para retomar o meu exemplo, a demonstração da classificação dos grupos finitos é por enquanto demasiado longa para que um não especialista possa, sozinho, verificá-la de modo completo e com uma certeza irrevogável. Esse domínio faz parte, portanto, de uma margem de resultados matemáticos que ainda não se estabilizou. No polo oposto, a lista dos corpos finitos é de compreensão relativamente fácil, e não é difícil demonstrar que ela está completa. Insere-se na esfera da realidade matemática completamente explorada, em relação à qual poucos problemas subsistem. É óbvio que, no âmbito das pesquisas atuais, o fenômeno cultural e social contribui para indicar as direções que se deve seguir. Retomando a minha comparação, a conquista do Polo Norte com certeza atendeu, durante um certo tempo, ao mesmo tipo de motivações ligadas ao contexto cultural e social. Porém, uma vez terminada a exploração, esses fenômenos culturais e sociais se dissolvem, e resta apenas um *corpus* perfeitamente estável, que corresponde da melhor maneira possível à realidade matemática, e que nós nos esforçamos em ensinar às futuras gerações. Essa visão um pouco simplificadora não deve nos impedir de distinguir entre realidade matemática estabelecida e instrumento de investigação.

JPC: Você alude à aquisição de conhecimentos. Os conhecimentos que possuímos do Universo, de modo geral, são de mesma natureza. Não iremos ao ponto de colocar em questão o fato de que a Terra gira em tomo do Sol!

AC: Uma vez demonstrado um teorema matemático, como o de Euclides sobre os números primos, ninguém voltará a colocá-los em questão.

JPC: Jamais duvidei disso. Penso que podemos nos estender mais sobre esse ponto. O que me

impressiona, sobretudo, é o uso que você faz da noção de *margem* e, mais especificamente, de "margem de resultados matemáticos não estabilizados". No inicio, foi criado um pequeno número de objetos matemáticos relativamente simples. De modo progressivo, essa margem se ampliou. A "estabilização" a que você se refere parece-me ligada ao meio cultural. E por esse motivo que denomino os objetos matemáticos de objetos culturais. Ao longo da história, apenas uma fração dos objetos matemáticos produzidos pelo cérebro dos homens da área foi mantida, *selecionada*, armazenada no cérebro de seus colegas e, depois, nos textos. Certos autores chegam a afirmar que a matemática nasceu no dia em que os filósofos gregos começaram a desenhar figuras na areia, quando puderam utilizar uma outra memória que não a sua, de curto alcance, que não permite armazenar esses objetos. Logo, esse patrimônio cultural pode, ano após ano, ter simplesmente recebido uma forma, e se reduzido a uma estrutura coerente mínima, até chegar a constituir o que você chama de corpus. Desse modo, este último deveria sua existência às faculdades cerebrais do homem, que lhe permitiram estabelecer uma forma de diálogo entre, por um lado, a sua memória de curto alcance, sua memória de trabalho, que utiliza os objetos matemáticos e, por outro, uma memória externa não cerebral, que os armazena para tomá-los públicos. Assim, o homem pôde utilizar objetos matemáticos, externos a seu próprio cérebro, para produzir novos objetos, compará-los com os precedentes, "passá-los pelo crivo da razão", e devolvê-los ao patrimônio comum, uma vez certificado de que eles se integram a este. A evolução contingente que me parece dominar, de fora, o campo da matemática, poderia conduzir-nos a definir os objetos matemáticos como objetos culturais, representações públicas de objetos mentais de um tipo particular, que se produzem no cérebro dos matemáticos, e se propagam de um cérebro a outro... até o dos biólogos. A história da matemática se toma uma história de certas funções específicas do cérebro do homem.

O darwinismo dos objetos matemáticos

AC: É certo que a exploração da realidade matemática sofre influências culturais. Isto não basta, contudo, para justificar a denominação de objeto cultural. Penso que a principal dificuldade é a distinção entre a realidade matemática "crua" e os instrumentos do pensamento, aprimorados pelos matemáticos a fim de apreender aquela realidade. Essas ferramentas, de fato, ainda fazem parte de nosso patrimônio cultural. Tomemos o exemplo daquilo que chamarei de "estudo dos comportamentos assintóticos". Pode ocorrer que a realidade matemática seja complexa demais para ser facilmente perceptível. Não existe, por exemplo, nenhuma fórmula simples que forneça o enésimo número primo. O problema assintótico consiste em encontrar uma fórmula que forneça de maneira aproximada a ordem de grandeza do enésimo número primo. Chega-se dessa forma a demonstrar que o número de números primos menores que um inteiro n é equivalente ao quociente de n por seu logaritmo. Desvela-se assim um aspecto da realidade matemática. Eu insisto, porém, que é preciso distinguir o instrumento do pensamento da realidade matemática que ele explora. Um matemático pode muito bem inventar um novo instrumento de pensamento. Mas enquanto ele não conseguir, com seu auxílio, revelar uma nova parte da realidade matemática não conhecida por seus contemporâneos, estes considerarão o instrumento criado com uma certa incredulidade. Não basta possuir imaginação para fazer matemática!

JPC: Chegamos a um momento interessante da discussão. Você evocou, de maneira espontânea, a evolução dos conhecimentos matemáticos. Retomo essa ideia, porque ela se integra à de uma evolução geral do conhecimento, dos objetos culturais sob suas diversas formas. Tudo leva a pensar,

você admite, que os objetos matemáticos, como todo outro objeto de conhecimento, surgiram por meio de "mutação mental", por acaso, ao longo das experiências cerebrais dos matemáticos. Foram em seguida utilizados, explorados, triturados, se ouso dizer, pelo raciocínio. Depois, depositou-se um "resíduo" selecionado - emprego de forma intencional o termo darwiniano -,[5] em virtude de sua adequação ao conjunto já existente, e por razões de coerência. Em razão disso, produziu-se uma *rigidificação*. E sobre esse ponto que não estou mais de acordo com você. Essa coerência e essa rigidez parecem-me resultar, a posteriori, da evolução. Permita-me comparar a evolução dos objetos matemáticos à evolução biológica. Mesmo que exista um aparente "progresso" contínuo na evolução dos vertebrados, dos peixes aos anfíbios, dos répteis aos mamíferos, e depois dos macacos ao homem (ver Figura 7), ninguém, hoje em dia, com exceção de alguns crédulos religiosos como Teilhard de Chardin, vai imaginar que a evolução se efetuou tendo por finalidade o homem e sua perfeição. Não chegarei ao ponto de comparar a tua atitude com a de Teilhard de Chardin, mas, quando você fala do matemático "revelando" progressivamente um universo matemático e estruturado, temo ver nisso uma espécie de finalismo que posso compreender vindo de um prático, mas que me surpreende vindo da parte de um teórico.
Em nossos laboratórios de biologia, quando examinamos uma molécula, perguntamo-nos como se dá que ela possua uma atividade enzimática, que ela seja a base da hereditariedade... Nós nos colocamos a questão da "causa próxima", tal como distinguida pelo biólogo Ernst Mayr.6 Perguntamo-nos para que serve ela. O que não significa que essa molécula tenha sido concebida, por um Ser todo-poderoso, para fazer isto ou aquilo, nem que ela se integre a um universo racional concebido por um Espírito infinitamente inteligente. Essas metáforas, tiradas de Aristóteles, são constantemente encontradas na linguagem do laboratório. Imagino que os matemáticos, como todos os cientistas, as utilizam em sua prática. No entanto, ninguém mais, pelo menos na biologia, leva a sério as teses finalistas. Já Espinosa, no rigor de seu método filosófico, advertia contra a perigosa tendência humana a utilizar argumentos do tipo finalista. Pergunto-me em que medida essa coerência e essa rigidez que você evoca não se assemelham à coerência dos órgãos do mamífero e à rigidez de seu esqueleto. Não se esqueça de que, por muito tempo, acreditou-se que o Universo, e em particular os seres vivos, eram criações divinas que o naturalista "descobria" por meio de seu trabalho, apreendendo dessa forma uma harmonia preestabelecida do mundo!

AC: Entendamo-nos sobre o termo "evolução". Na matemática, como em qualquer outra disciplina, o conhecimento evolui. Porém, a realidade sobre a qual ela trabalha não muda. Uma vez estabelecida e demonstrada, a lista dos grupos finitos simples, por exemplo, não se modificará jamais. Ela é de fato o produto de uma descoberta.
Por que então falar aqui de finalismo? Não penso que afirmar a existência de uma realidade matemática independente de sua percepção seja uma tese finalista. Em momento algum eu ousaria afirmar que tal ou tal objeto matemático obedece a uma finalidade qualquer. Nunca um matemático empregaria semelhante argumento!

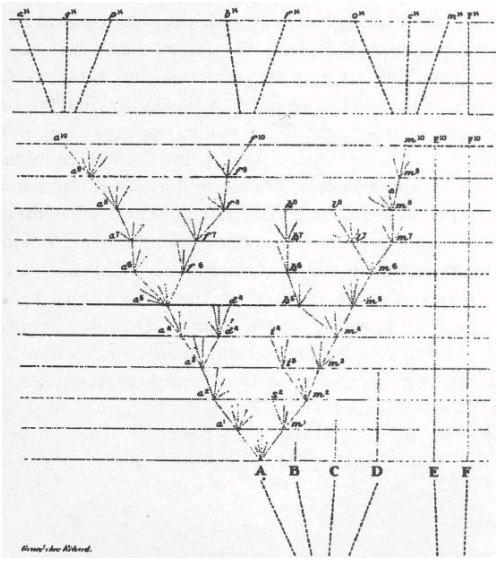


FIGURA 7 - Figura original de Darwin, extraída de *L'origine des espèces*, que ilustra, segundo suas palavras, "o efeito provável da ação da seleção natural, devido à divergência de características e à extinção, sobre os descendentes de um ancestral comum" (6.ed. inglesa, tradução E. Barbier, Paris: C. Reinwald, p. 125).

As crenças da matemática

AC: Assim, não sou em absoluto finalista. E não acho que possa modificar a minha posição a respeito...

JPC: E por que não?

AC: Não, não.

JPC: Mas talvez você tenha se lançado no debate com ideias um pouco rígidas...

AC: Creio que sim...

JPC: Atenção, você está empregando a palavra "crer"!

AC: Sim, com certeza, na medida em que ela nos leva a especificar a noção de realidade. Admito, por humildade, que o mundo matemático existe de maneira independente da forma pela qual o percebemos, e não se encontra localizado no tempo e no espaço. Porém, a nossa maneira de apreender obedece a regras bem próximas às da biologia. A evolução de nossa percepção da realidade matemática desenvolve em nós um novo sentido, que nos possibilita ter acesso a uma realidade que não é nem visual, nem auditiva, mas de uma outra natureza.

JPC: A esse respeito, talvez voltemos a nos aproximar. Quando você diz que nosso cérebro desenvolve um *novo* sentido, você se torna progressivamente construtivista. Não excluo, de modo algum, e falo na condição de neurobiólogo, que nosso aparelho cerebral possua uma flexibilidade e uma capacidade de reorganização tal que ele possa apreender os objetos de uma forma nova, que não percebera no mundo em que se formou, nas planícies da África central, há alguns milhões de anos. Tal aptidão deveria permitir-lhe produzir, capturar "um novo sentido". Mas, isto não implica, de forma necessária, que exista na natureza um sistema matemático totalmente organizado e que nós

descobriríamos aos poucos. Penso que a sua posição contém uma contradição: você admite, por um lado, que a matemática evolua segundo um modelo conforme ao que defendem os biólogos e, por outro, que o *corpus* matemático constitui uma *mathesis universalis*, um imenso todo coerente e estável, do qual conheceríamos apenas rudimentos. Essa discussão me lembra novamente as reflexões de Emst Mayr a respeito da causalidade nas ciências da vida. Ele contrapõe a "causa próxima", o "como se dá?" do biólogo, ou do fisiologista, à "causa última", ao "por quê" do metafísico. E a sua resposta é clara. A ciência do "por quê" não é Deus, mas a biologia evolucionista. O porquê da existência da matemática é a *Evolução* tanto de nosso aparelho de conhecimento quanto dos objetos matemáticos. Quando você evoca um novo sentido que se forja, que permite o acesso a objetos culturais, também em evolução, penso que chegamos a um acordo.

Notas

1 DESANTI, J. T. La philosophie silencieuse. Paris: Seuil, 1968.
2 Ibidem, p. 139.
3 Ibidem, p.l45.
4 Índios do México, conhecidos pelo culto do Sol e pelo uso do peiote, tipo de cacto alucinógeno. (N. T.).
5 Ver CHANGEUX, J.-P., op. cit., 1983, e EDELMAN, G., Neural Darwinism. York: Basic Books, 1987.
6 MAYR, E. How biology differs from the physicals sciences. In: DREPEW, D. J., WEBER, B. H. *Evolution at a Cross Road*. The New Biology and the Philosophy of Science. Cambridge: MIT Press, 1985. p.45-63.

CAPÍTULO 3 - UMA ROUPAGEM APROPRIADA PARA A NATUREZA

A matemática construtivista

JEANPIERRE CHANGEUX: O debate entre o matemático criacionista, você, e o biólogo evolucionista, eu, radicalizou-se um pouco. Assim mesmo, conseguimos nos entender sobre vários pontos: a definição dos objetos matemáticos como representações culturais de um tipo bem particular, e a constatação de que há um progresso no conhecimento matemático. Divergimos, no momento, mas talvez as nossas posições evoluam durante estas conversas, no que concerne à existência de uma realidade matemática preexistente, no Universo, ao cérebro do matemático. Segundo você, o matemático se limita a descobrir, passo a passo, essa *mathesis universalis*, na qual você acredita utilizo a palavra deliberadamente. Todavia, a sua atitude não corresponde à de todos os matemáticos. Emmanuel Kant, no século XVIII, sustentava que "a verdade última da matemática se encontra na possibilidade que tem o espírito humano de construir os seus conceitos". Um bom número de matemáticos, chamados de construtivistas, pensa que um objeto matemático só existe na medida em que se pode construí-lo. O debate, aliás, parece quase tão animado entre formalistas e construtivistas quanto entre nós.[1] Um deles, Allan Calder, chega a escrever que "os critérios de aceitabilidade da matemática construtiva são mais rigorosos que os da matemática nãoconstrutiva",[2] é que, considerando o problema pelo ângulo do construtivismo, ganha-se "uma melhor análise e teoremas mais potentes".[3] É notável, de qualquer forma, que certos matemáticos defendam teses diferentes da tua e próximas do neurobiólogo que sou. Allan Calder é ainda mais direto do que eu o fora quando evoquei a tua vivência de matemático criador, e a subjetividade de tua atitude. Ele escreve: "A maioria dos matemáticos atuais, há várias gerações moldados pelo formalismo, acha-se em um estado de bloqueio mental que lhes dificulta dispor de uma visão objetiva da matemática, a um tal ponto que alguns chegam a considerar o construtivismo um câncer que destruiria a matemática".[4] Eis um exemplo de paixão, de irracionalidade mesmo, no debate entre matemáticos. De tal forma que Calder termina seu artigo no tom em que se concluía o nosso último encontro: "Acreditar na existência de uma verdade matemática fora do espírito humano exige do matemático um ato de fé do qual a maioria deles não está consciente".[5] Estamos bem longe da *emendation intellectus* tão cara a Espinosa!

ALAIN CONNES: A distinção entre construtivismo e formalismo é antes de mais nada metodológica. Pode-se comparar os construtivistas aos alpinistas que enfrentam os paredões com mãos nuas, e os formalistas aos que se permitem pegar um helicóptero para sobrevoar o pico. Ambas as atitudes contêm vantagens que dependem dos problemas considerados. Sem chegar ao construtivismo, tem-se necessidade, às vezes, mesmo para a matemática corrente, de moderar os efeitos da axiomática estabelecida, em particular aqueles do axioma da variável não divisível. Examinemos um problema específico que encontrei, a respeito do qual os dois pontos de vista são bem diferentes. E um debate

bem antigo sobre o problema da mensurabilidade, no sentido de Lebesgue, das funções de valor real. Pode-se demonstrar que, utilizando unicamente o axioma da variável divisível, não é possível construir funções não mensuráveis. Resulta que o raciocínio matemático que só utilize o axioma da variável divisível jamais deparará com o problema da não mensurabilidade. Na teoria construtivista, nunca se utiliza o axioma da variável, e jamais se depara com o problema da não mensurabilidade. Vejamos agora o ponto de vista formalista. Quando se constrói a teoria dos conjuntos baseando-se no axioma da variável não divisível, demonstra-se que todo conjunto pode ser bem ordenado. Ora, uma boa ordem sobre a reta real é, por essência, não mensurável e, logo, não passível de construção. O axioma da variável não divisível simplifica de modo considerável a teoria dos números cardinais, e fornece uma visão de uma parte da realidade matemática que eu qualificaria de bastante grosseira. Considera-se em particular como isomorfas, como possuindo a mesma cardinalidade, conjuntos para os quais não se pode construir efetivamente nenhuma correspondência biunívoca mútua. Por exemplo, o conjunto dos quase cristais de Penrose tem, com o axioma da variável não divisível, a cardinalidade do contínuo, ao passo que é impossível construir uma correspondência biunívoca efetiva entre esse conjunto e o contínuo. Para considerar de novo uma imagem simplista, o axioma da variável não divisível fornece uma imagem "vista de avião", logo, simplificada, da realidade matemática. E verdade que a maioria dos matemáticos foi moldada pela teoria dos conjuntos, que supõe o axioma da variável não divisível, e que eles não se dão conta de sua função simplificadora. Porém, essa simplificação interessa a uma ínfima parte dos matemáticos, e em geral é bem vinda. Vê-se, portanto, que abordagens diferentes revelam aspectos diversos da realidade matemática, e não há nada de contraditório nisso. O construtivismo não questiona a existência de um mundo matemático independente.

JPC: E no entanto o que dizem seus defensores. Não se pode acusa-los de obscurantismo. De todo modo, eles conhecem o universo da matemática. Para eles, porém, ele só existe na medida em que podem, passo a passo, construí-lo.

AC: Acho que você não encontrará um construtivista que não aceite a lista que eu dei anteriormente sobre os grupos finitos simples. Deve-se compreender que a maior parte dos objetos matemáticos fundamentais possui um caráter passível de ser construído, o que explica que sua existência não é posta em questão pelos construtivistas. Já no que se refere ao método, a diferença pode ser considerável. Tomemos por exemplo um instrumento de demonstração bastante útil: os denominados ultra produtos. Se o resultado a demonstrar não utiliza, em sua formulação, os ultra produtos, sabe-se, o que é um resultado de lógica matemática, que existe uma demonstração que não utiliza esse instrumento. O que não impede que, em geral, para alguns problemas, seja bem mais fácil achar a demonstração utilizando os ultra produtos. Mostra-se, por exemplo, que os corpos obtidos ao se fazer dos ultra produtos corpos peádicos são os mesmos que aqueles obtidos fazendo dos ultra produtos corpos de séries formais sobre os corpos finitos Fp. Para resolver certas equações, isto pode ser bem útil. Nesse caso preciso, vê-se que é o ponto de vista construtivista que, ao proibir a utilização dos ultra produtos, é conservador e limitante.
De qualquer modo, não creio que seja colocada em questão a existência de um mundo matemático independente de nós, e escapando aos nossos sentidos.

JPC: E o que você pensa. Segundo você, a distinção construtivismo/intuicionismo seria mais metodológica do que ontológica. Não é o que pensam os construtivistas... Eles pretendem questioná-

lo a respeito. Mas, afinal de contas, a sua experiência subjetiva de matemático e o seu ato de fé tão veemente, já que você admite que se trata de um, talvez sejam reveladores de uma verdade mais profunda, que não apelaria a nada de não material. Uma verdade que você sente, percebe, imagina, mas sobre a qual não conseguimos nos entender, talvez porque falte uma concepção global que possa nos reunir.

Essa questão da existência de um mundo matemático constitui o nosso principal ponto de desacordo. Entrando no seu jogo, tentei ver onde esse mundo podia se situar, qual era o seu traço na natureza. Se você forma a hipótese de que esse mundo matemático existe fora de nós, e se você se diz materialista, você é levado a lhe conferir uma base material. Não vejo sob que outra forma, senão a organização da matéria, esse mundo poderia estar presente na natureza, fora, bem entendido, daquilo que está armazenado nos livros e na memória cerebral dos matemáticos. De modo inconteste, existem regularidades na natureza que nos cerca: o movimento dos planetas (ver Figura 8), a organização dos átomos em um cristal de cloreto de sal-gema, ou a organização em forma de hélice dupla do ácido desoxirribonucléico. Você acredita que essas regularidades sejam a expressão de uma matemática universal, que constituiria de certo modo o "esqueleto ideal" da matéria, em tomo do qual ela se organizaria? Ou você pensa, pelo contrário, que essas regularidades representam, como eu aceito, propriedades intrínsecas da matéria, mas que não são necessariamente a expressão de uma lei matemática original? Se assim fosse, a tarefa do cientista "naturalista" consistiria, em primeiro lugar, em apreender essas regularidades, em forjar instrumentos, e em criar uma linguagem e conceitos, em geral matemáticos, que permitisse descrevê-las. Para escolher entre esses dois pontos de vista, deve-se confrontar as regularidades exteriores com os objetos matemáticos. Se a matemática fosse um princípio organizador da matéria, mais cedo ou mais tarde seria preciso encontrar uma adequação perfeita entre a regularidade dos objetos materiais e a regularidade dos objetos matemáticos. Em caso contrário, a matemática, produto do cérebro humano, seria apenas uma linguagem aproximativa, que serve para descrevermos uma matéria que, em grande parte, nos escapa.

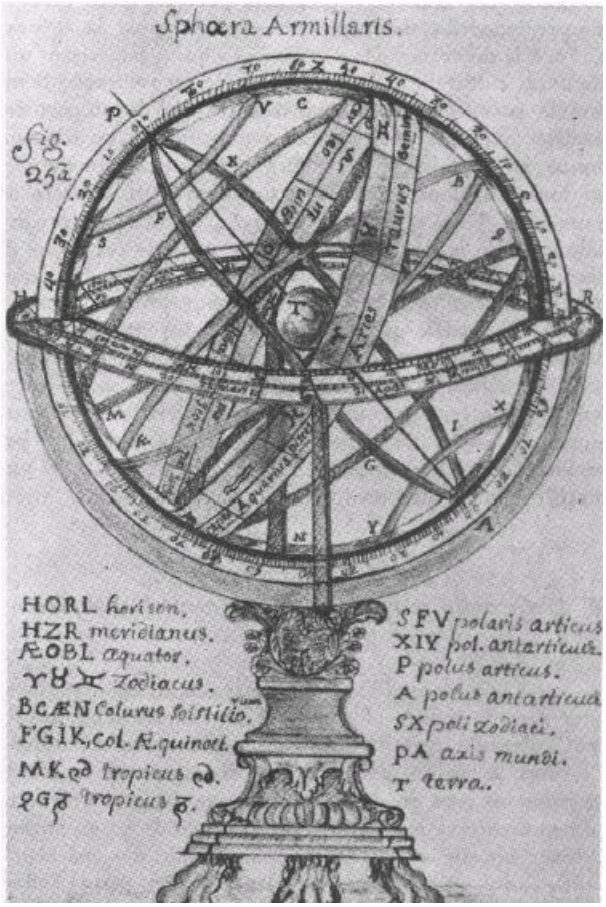


Figura 8 - Esfera armilar. As esferas armilares são objetos de metal ou de postos de círculos embutidos, articulados entre si, e supostamente reproduzindo o movimento dos planetas e da esfera celeste em torno da Terra (T), em função dos meses do ano. Construídas principalmente durante o século XVIII, elas constituíam, de certo modo, os primeiros modelos mecânicos do Universo. O desenho da esfera armilar aqui apresentado provém de um caderno de anotações de aula, manuscrito, do estudante G. L, redigido em 1713 (Coleção particular).

Os biólogos, como os físicos, em seu procedimento hipotético dedutivo, constroem objetos de pensamento, ou modelos, que eles confrontam com o real físico que lhes é exterior. Tais modelos são representações simplificadas de um objeto ou de um processo que são coerentes, não contraditórios, mínimos e validáveis pela experiência. Um bom modelo é preditivo, no sentido de que deve conduzir a experiências que enriquecem nossos conhecimentos. E também gerativo, pois pode suscitar outros modelos teóricos, e desse modo enriquecer a teoria. Enfim, a diferença das "crenças" que caracterizam uma tradição cultural definida, um modelo, pode ser revista. Parece-me necessário, com efeito, admitir que a maior parte dos modelos produzidos pela ciência são válidos em um dado momento da história da ciência, e que pelo menos um certo número de suas proposições podem ser revistas ou corrigidas. Tudo isso, é claro, possibilita um progresso cumulativo do conhecimento. Utilizamos esses objetos do pensamento para capturar as regularidades do mundo físico, para descrevê-las sob forma matemática, uma vez "selecionado" o modelo que parece mais adequado. Em nosso procedimento, abordamos as regularidades naturais de maneira indireta. Tentamos, de algum modo, vesti-las com um certo número de objetos do pensamento, entre os quais, os objetos matemáticos. O que não implica, necessariamente, a identificação desses objetos naturais com a matemática que utilizamos para descrevê-los.

A surpreendente eficácia da matemática

AC: Longe de mim a ideia de que a realidade matemática se situa no mundo físico. Não busco de modo algum identificar certos objetos naturais com a matemática. Uma vez feita a distinção entre a realidade matemática e a realidade física, coloca-se o problema de suas relações. Começaria dando um exemplo daquilo que Eugene Wigner chama de "a eficácia não razoável da matemática", que, em geral, não resulta, justamente, do esforço para cobrir adequadamente as regularidades naturais. É o exemplo da teoria dos nós6 (ver Figuras 9 e 10). Quando se pega um barbante e se faz um nó muito complicado, coloca-se o problema de saber se ele pode ser desfeito sem que seja preciso recorrer ao método do nó górdio. De fato, uma magnifica teoria matemática permite, em muitos casos, resolver esse problema: denomina-se teoria dos nós. Um importante progresso, no que se refere a essa teoria, foi recentemente efetuado por um matemático, cuja motivação inicial nada tinha a ver com os nós. O neozelandês V. Jones começara trabalhando comigo em um outro assunto. Depois, interessou-se por um problema de análise bem delicada, no campo da dimensão infinita. Tratava-se de classificar os subfatores de um fator dado, noção que não poderia estar mais distante da teoria dos nós. Ele trabalhou sozinho durante muito tempo, e ninguém acreditava que o seu trabalho tivesse interesse. As pessoas perguntavam-se por que ele desperdiçava o seu tempo naquilo. Alguns anos mais tarde, ele conseguiu demonstrar que o índice do subfator assumia valores discretos, ou um espectro contínuo. Ele descobriu que, durante a sua demonstração, surgia um grupo conhecido pelo nome de "grupo de tranças", do qual se pode fazer uma ideia bem concreta a partir de tranças, simplesmente observando os fios que estão ou não amarrados. Era de início uma mera imagem. Quando dava uma conferência, ilustrava a apresentação desse grupo desenhando tranças. Foi então que, em Nova York, ele encontrou um topólogo, Birman, e, ao discutir com ele, percebeu que sua construção, o esboço que

ele havia construído sobre a álgebra do grupo de tranças, fornecia com efeito uma nova constante para os nós. Ele calculou então essa constante sobre os nós mais simples, o que se chama de nós de trevo, e ele percebeu que, ao se olhar a imagem de um nó de trevo em um espelho, a sua constante não é a mesma. Foi uma surpresa, pois as constantes clássicas são constantes por reflexão. Depois, em relação a diversos nós, ele fez todo tipo de novos cálculos de sua constante, cálculos bem simples, e dos quais nem sempre se conhece a sua interpretação puramente geométrica. E uma constante extremamente potente, que permite distinguir nós que ninguém podia distinguir antes. Ela permite, por exemplo, controlar um número chamado número górdio, e que tem um sentido evidente. Tenta-se fazer que um fio atravesse o outro até que o nó seja desfeito, e conta-se o número de fios que é preciso atravessar para conseguir desfazer o nó. Pois bem, a sua constante permite calcular o número górdio! E isto é extraordinário, já que Jones partiu de um problema matemático absolutamente puro, escondido nos recônditos mais obscuros, nas regiões mais desérticas da geografia da matemática. No entanto, a solução de seu problema o conduziu diretamente aos nós que, como você sabe, são úteis na biologia, entrando em todo tipo de problema de codificações de moléculas complicadas, como os polímeros. A sua atual preocupação é a aplicação de seu resultado a problemas bem concretos. Isto ilustra à perfeição a potência de difícil explicação da matemática quando praticada por si mesma, sem uma ideia preconcebida de suas eventuais aplicações.

JPC: A história que você descreve comporta, de qualquer modo, uma experiência.

AC: Não era uma experiência. Foi antes uma coincidência.

JPC: Sim, enfim... quando ele encontrou esse topólogo, e esse encontro o levou a relacionar certos tipos de ferramentas matemáticas com um problema mais concreto. Os nós podem existir na natureza e, com frequência, são o produto de uma atividade criativa do homem. Mas não consigo conceber que a teoria dos nós exista na natureza antes que essas diversas formas de nós tenham sido reunidas. Esse excelente matemático conseguiu simplesmente criar um instrumento mental, que você chama de constante, e do qual ele se serviu... Ele forjou um instrumento, do mesmo modo que o homem construiu a roda para avançar mais rápido sobre o solo. Em vez de encadear dezenas de raciocínios, ele criou um "condensado de racionalidade" que lhe permitiu resolver instantaneamente o problema.

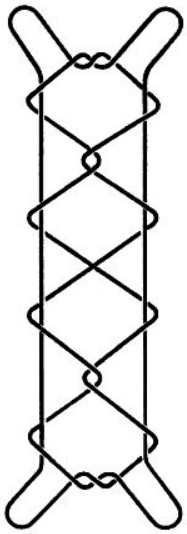


Figura 9 - A escada de Jacó. É um nó conhecido pelas crianças, que o produzem fazendo passar um fio por entre quatro dedos e segurando as pontas livres entre os outros dedos. Essa escada de Jacó é equivalente, evidentemente, ao nó comum em forma de anel. Esquimós e índios da América do Norte apreciam esses jogos de corda que ilustram as infinitas possibilidades de motivos geométricos realizáveis a partir de um anel, o mais simples dos nós (Belaga, E., op. cit, s. d.).

AC: O que impressiona mais é que a sua pesquisa e a sua descoberta não eram em absoluto motivadas pelo problema dos nós. E um exemplo bem interessante de descoberta motivada por profundos problemas de matemática pura. A sua pesquisa sobre os fatores o levou a descobrir uma função central sobre o grupo de tranças. Enquanto essa função lhe era útil unicamente para o seu problema de classificação dos subfatores, não tinha nenhum vínculo aparente com os nós. Mas ele pecava apenas por ignorância. O seu encontro com Birman lhe ensinou que também se utiliza o grupo das tranças na teoria dos nós, e que se busca, devido a um teorema de Markov, uma função sobre o grupo de tranças que verifique tal e tal propriedade. E ele exclamou: "Mas eu a tenho, tenho em meu bolso".

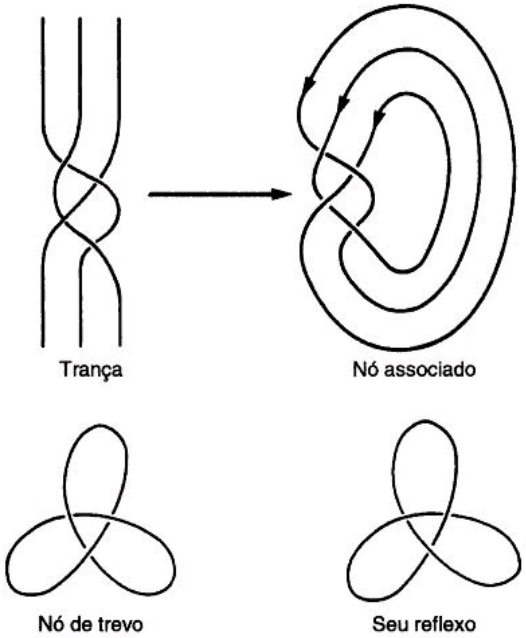


Figura 10

JPC: Compreendo o que você quer dizer. Dois procedimentos, no início totalmente independentes, acabaram convergindo. O objeto matemático criado por um abriu a fechadura que permanecia trancada para o outro. O que não significa que preexistam uma chave e uma fechadura prontas para serem descobertas!

AC: Não tenho certeza.

JPC: Tocamos aqui no problema central de saber por que certos instrumentos matemáticos, criados de maneira independente de qualquer investigação sobre as partículas, sobre os nós e sobre os outros objetos naturais possuem uma tal faculdade de adequação...

AC: De feto. E o que se chama de eficácia não razoável da matemática.

JPC: Eu gostaria que você me dissesse, assim mesmo, até onde vai essa eficácia, qual o seu grau de universalidade? Notei nos físicos, e em certos matemáticos, uma tendência a apegar-se a um modelo matemático em moda. Eles o consideram bom para tudo, e o aplicam a coletividades de átomos, de neurônios, de formigas, de homens. O modelo das "lentes de spin" (*verres de spin*) é, a esse respeito, exemplar. Você teve uma experiência das relações entre a matemática e a física. Qual foi?

Einstein e a matemática

AC: Em primeiro lugar, todo modelo é suscetível de revisão, e depende do tempo, tanto na física quanto nas outras disciplinas. Aprendemos a lição, somos obrigados a estar convencidos de que, mais cedo ou mais tarde, um modelo físico da realidade será suplantado por outro. É o lado revisável de nossa percepção da natureza. Podemos mesmo ir além, e perguntarmo-nos em que sentido a verdade física depende das questões por nós colocadas à natureza, por intermédio das experiências que realizamos. No entanto, eu gostaria de insistir sobre o fato de que, estando um modelo da física suficientemente elaborado, a geratividade da matemática entra em jogo: pode-se ter a impressão, então, de fazer física, quando se está estudando esse modelo de um ponto de vista estritamente matemático. A evolução de Einstein é reveladora. As dificuldades de natureza matemática que ele encontrava para exprimir o princípio da relatividade geral modificaram a sua atitude: ele deixou de ser o físico puro que ele certamente era em 1905 para se tomar matemático. Ele passou uma grande parte de sua vida científica tentando aprimorar uma teoria que unificasse o eletromagnetismo e a gravitação. O sucesso do modelo matemático da relatividade geral era tal que ele chegara a pensar que a solução de seu problema se situava na matemática. Em 1921, Einstein escrevia o seguinte, a propósito da relatividade: "Eu gostaria que se compreendesse bem que essa teoria não é, em sua origem, especulativa; ela deve sua descoberta inteiramente ao desejo de elaborar uma teoria física que seja capaz de dar conta, o melhor possível, dos fetos observados. Não é um ato revolucionário: o abandono de um certo tipo de conceito não deve ser julgado como arbitrário, mas apenas como a consequência direta da observação dos fetos". Em 1933, porém, escrevia, ao contrário: "Se é verdade que esse fundamento axiomático da física teórica não pode provir da experiência, mas deve ser inventado, podemos nós esperar encontrar um dia o bom método? Estou convencido de que nos é possível descobri-lo, pelo viés de construções matemáticas puras, os conceitos e as leis ligando-as umas às outras, construções que devem fornecer a chave que permitirá compreender os fenômenos naturais... O princípio criador acha-se na matemática".[7]
Assistimos neste momento, no campo da física teórica, a um fenômeno bem semelhante: esgotado, sem alternativa, um físico teórico acaba se tornando matemático. Refiro-me à teoria das cordas. Os físicos, no final dos anos 60, tentaram encontrar, de modo direto, sem conhecer o mecanismo local das interações fortes, a forma matemática de uma matriz denominada matriz S, que determina a probabilidade de que duas partículas incidentes de momentos dados p1 e p2 forneçam após forte interação duas partículas resultantes de momentos p3 e p4. Trata-se de encontrar uma função de 4 variáveis p1, p2, p3 e p4. A invariância relativista permite reduzi-la a uma função de duas variáveis. Ao apresentar uma hipótese simplificadora, consegue-se resolvê-la, e especificar sob forma de integral uma solução para processos que invoquem inclusive mais de 4 partículas. E o que se chama de modelo de Veneziano. Em seguida, os físicos teóricos demonstraram, o que foi ponto de partida de numerosas elaborações, que esse modelo descrevia de fato a interação não de partículas pontuais, mas de pequenas cordas (ver Figura 11b).
O interesse dessa teoria para as interações fortes teve, contudo, curta duração, pois foi suplantada pela cromodinâmica, depois da demonstração por t'Hooft, da possibilidade de renormalizar as teorias dos volumes (*jauge*), a descoberta da liberdade assintótica etc. Enfim, por volta de 1980, as teorias das cordas foram ressuscitadas não como modelos das interações fortes, mas modelos da gravidade quântica.

JPC: Trata-se do mesmo formalismo matemático?

AC: Do mesmo formalismo matemático. Para mostrar a você a mudança de escala: em interação forte, a escala padrão é 10^{13} centímetros, ao passo que em gravidade é 10^{33} centímetros. São necessárias então energias bem acima de todas aquelas que se pode atingir, de modo que se sabe que nenhum fenômeno experimental que se possa testar resultará da teoria. Essa teoria, no momento, só tem consequências em um plano, não direi puramente filosófico, porque não é verdade, mas formal. Sabe-se que a teoria dos campos pode ser melhorada em suas divergências, introduzindo essas "cordas". Substituem-se pontos por cordas, e as partículas por pequeníssimas cordas, que se deslocam. Pode-se descrever de maneira simples o interesse que isso apresenta. Quando duas partículas se encontram para recriar uma, ou que uma partícula se divida em duas, está-se diante de um processo singular, uma espécie de ponto do qual partem três linhas (Figura 11a). Nesse caso, existe uma singularidade que está na origem das divergências a que eu me referia há pouco, e que se encontra por ocasião da troca de uma ou várias partículas virtuais. Porém, substituindo-se a linha que seguia a partícula por um pequeno cilindro, sobre o qual a corda se desloca, vê-se bem, fazendo junções entre os canos, que três cilindros podem unir-se sem singularidade, e que eles são uniformemente arredondados (Figura 11b). O que se pode esperar dessa teoria? Por não se ter mais singularidade, tendo substituído as trajetórias por cilindros, é que ela é finita em vez de ser infinita, como é o caso, classicamente.

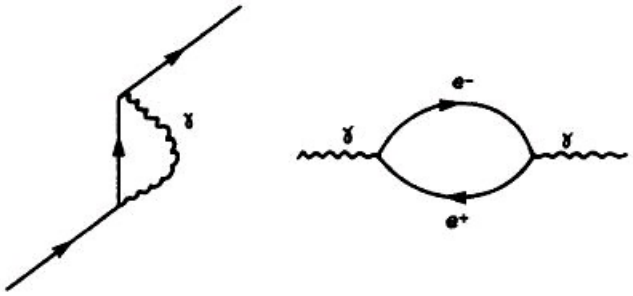


Figura 11a - Exemplos de diagramas divergentes em eletrodinâmica quântica.

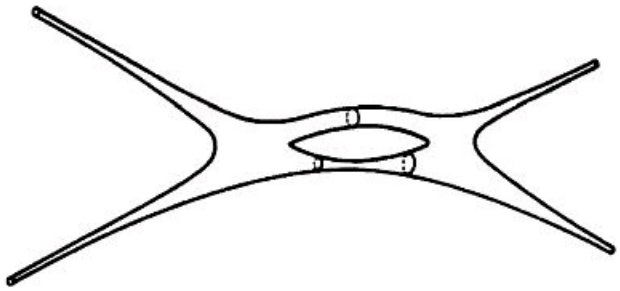


Figura 11b - Diagrama sem singularidade da teoria das cordas.

Eu gostaria de repetir que a minha atitude pessoal no que concerne à física não é uma atitude de físico, embora eu admire todas as descobertas que foram feitas, como a de Heisenberg, de maneira bem pragmática, ou seja, partindo de experiências. Os físicos fizeram uma descoberta extraordinária, a teoria dos campos, mas esta não se enquadra ainda, de maneira simples, com a parte da realidade matemática desvendada até o presente. A matéria bruta existe, em quantidade, e não se trata mais de buscar resultados experimentais. A matemática está em atraso em relação ao ponto em que poderia estar para assimilar essa contribuição dos físicos. Precisamos trabalhar talvez polarizando-nos em tomo dessas descobertas dos físicos, mas trabalhar sobretudo no interior da matemática pura, e não tentar, de maneira artificial, fazer que se encaixem coisas que naturalmente não se encaixam.

JPC: A impressão que tenho de tudo isso é que o trabalho dos físicos e dos matemáticos se assemelha bastante a uma "colagem intelectual", para retomar uma expressão cara a Claude Lévi Strauss[8] e a François Jacob.[9] Toma-se um modelo aqui, aplica-se uma observação experimental ali. A teoria das cordas não convence para dar conta da difusão das partículas. Ela é então abandonada! Mas parece que ela é adequada para melhorar a gravidade quântica. Deparamo-nos então mais com o "*prêt à porter*" teórico do que com o "sob medida". Isto desmistifica um pouco e toma mais simpática o que se convencionou chamar, com um pouco de precipitação, de "ciência exata"!
Por outro lado, constato que, quando você feia da relação entre os objetos matemáticos e os objetos físicos, você utiliza o termo "enquadrar", e não "identificares". Falando de enquadramento, você define um modo de descrição da realidade física bem particular. Parece-me, pelo contrário, que, se a matemática se encontrasse na natureza, se a matéria fosse organizada pelas leis da matemática, deveríamos atingir uma identificação perfeita entre objetos matemáticos e objetos naturais. Ora, não se atinge isso. Ela se encontra em outro lugar, mas onde? Em um estado, sob uma forma que você nem sempre define. Você chega a uma espécie de dualismo entre matéria e matemática que lembra a divisão que, fique bem claro, eu não aceito entre corpo e espírito.

AC: O dualismo corpo/espírito situa-se em um outro plano. O mundo físico que nos cerca, sem ser *locus* da realidade matemática, possui uma relação de coerência, indubitável e de difícil explicação, com essa realidade matemática. Como disse Einstein, se eu me recordo bem, o traço mais incompreensível da física é que ela seja compreensível. E difícil compreender que a matemática governe a organização dos fenômenos naturais.

JPC: Retomo o termo "organização dos fenômenos", e acrescento "em nosso cérebro".

AC: Não sei não. Não compreendo que se possa dizer "em nosso cérebro". Poderíamos dizer também que a percepção do mundo externo se situa em nosso cérebro.

JPC: E é verdade.

AC: Sim, mas estamos de acordo também para dizer que o mundo exterior existe independentemente de nós.

JPC: Sim, mas nós só o apreendemos graças a nosso cérebro, e a nossos órgãos dos sentidos.

AC: A relação com o mundo matemático é exatamente a mesma. Ele existe fora de nós, porque todos os matemáticos concordam quanto à estrutura independente de uma percepção individual. Por outro lado, é evidente que se pode muito bem induzir qualquer um a dizer que o mundo matemático só se realiza por meio de seu cérebro, assim como ele só percebe o mundo exterior através do cérebro.

JPC: Sem dúvida. Eu compreendo. Mas não estou de acordo. Em particular quando você diz: "assim como". Já salientei o perigo que há em empregar a metáfora em tais condições. Analogia não é demonstração. Os biólogos possuem finalmente uma relação com os matemáticos, mais simples do que com os físicos, e bem menos ambígua. A construção de modelos requer a utilização de um aparelho matemático, e até se confunde com a matemática, como você acaba de afirmar. O nosso ponto de vista talvez seja menos ambicioso, mas cria uma distância mais importante. Devido a isto,

temos, acredito, uma posição mais justa do que a de certos físicos.

AC: A distância é maior, com certeza. A imbricação da matemática e da física explica que os físicos dificilmente podem conservar suas distâncias. Sim, estou de acordo.

A utilidade dos modelos matemáticos na biologia

JPC: A crença nas virtudes explicativas do modelo matemático é mais raramente encontrada nos biólogos. Para nós, a matemática serve principalmente para duas coisas. A primeira é a análise dos dados experimentais...

AC: Isto é estatística.

JPC: Sim, estatística da extração de dados. Um computador pode se encarregar disso de maneira automática, sem apelar para o cérebro do experimentador. A matemática nos ajuda, em seguida, a construir modelos teóricos. Estes se elaboram a partir dos dados da experiência, como na física. Retêm-se as premissas que estarão presentes, por exemplo, no caso da propagação do influxo nervoso, a medida de uma variação de potencial a um ponto dado de um nervo, e a medida das correntes transportadas pelos íons de sódio ou potássio em função do potencial. Hodgkin &. Huxley10 propuseram uma equação que, apoiando-se nessas premissas, dá conta das bases iônicas do influxo nervoso. Essa equação permite descrever o fenômeno, reconstruí-lo a partir de dados elementares (ver Figuras 12a e 12b).

AC: É uma maneira de codificar a informação...

JPC: E principalmente de reconstituí-la.

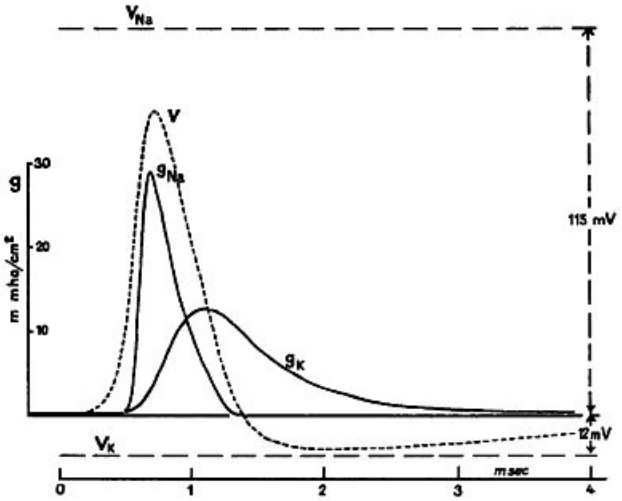


Figura 12a - Modelo de Hodgkin & Huxley para o influxo nervoso. A onda de potencial propagada é representada por um traço descontínuo (V). Este pode ser decomposto em transporte de íons Na+ para o interior da célula, e de íons K+ para o exterior, aqui expressos sob a forma de condutâncias (g™ e gk). De acordo com Hodgkin, A., Huxley, A. Cold Spring Harbor, Quant. Biol, n.17, p.4352,1952.

AC: Então é um pouco como uma linguagem, já que uma linguagem é feita para reproduzir...

JPC: Sim. Ela permite reproduzir, mas tem também um caráter preditivo. No entanto, nenhum biólogo, que eu saiba, dirá que a equação de Hodgkin &. Huxley se identifica com o fluxo nervoso,

nem mesmo que ela comanda a sua propagação. Não é uma lei matemática do Universo, que dita a propagação do influxo nervoso, como certos fisicos gostam de afirmar quando falam de seu trabalho!

AC: Acredito que você colocou uma questão precisa neste caso. Se forçarmos a análise, digamos química e elétrica, do fenômeno, suponho que conseguimos, graças às leis da química, demonstrar a equação.

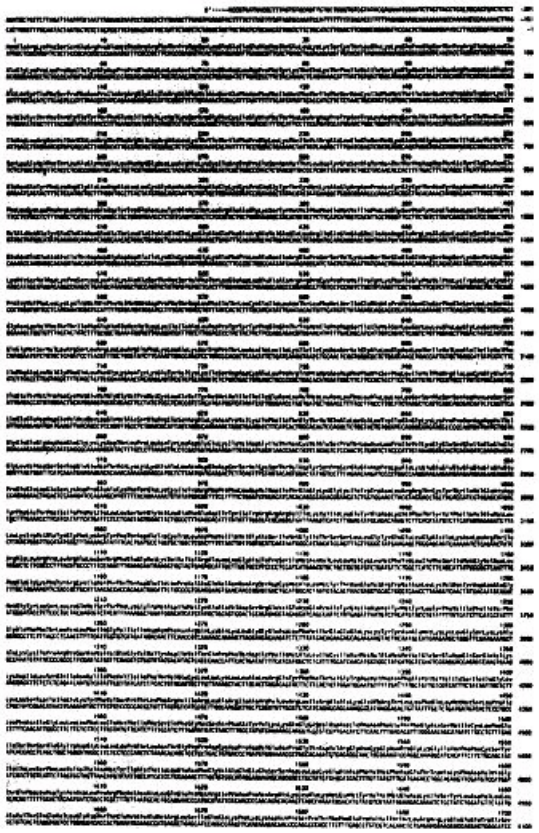


Figura 12b - Estrutura primária do canal seletivo para os íons de sódio envolvido na propagação do influxo nervoso (detalhe). Os métodos da genética molecular conduziram à identificação do material genético codificado para a proteína responsável pelo transporte de íons Na+ através da membrana do neurônio, por ocasião da propagação do influxo nervoso. Essa proteína se compõe de uma só cadeia de 1.820 aminoácidos. A linha inferior é a sequência de ADN representada por uma sequência de tripés das 4 bases ATGC, a linha superior é a sequência de proteína resultante do encadeamento de aminoácidos tomados entre os 21 aminoácidos naturais, aqui figurados por um código de 3 letras. De acordo com Noda, Me et al.[11]

JPC: É um ponto bem importante. Essa equação matemática poderá posteriormente ser explicada, pelo menos em parte, pelos processos moleculares subjacentes. A molécula que contém o canal sensível à voltagem através da qual passam os íons de sódio acaba de ser isolada, e o ácido nucléico que o codifica foi reproduzido e sequenciado.[12] Daqui por diante temos em mãos os mecanismos moleculares que determinam a propagação do influxo nervoso. Porém, o que é importante reter é que nem os registros eletrofisiológicos nem a equação matemática que os descreve permitiram aceder diretamente à estrutura elementar que, em última instância, explica o fenômeno. O acesso a essa estrutura foi o resultado de um percurso bem diferente, que se baseia nos métodos da bioquímica e da biologia molecular. A equação matemática da propagação do influxo nervoso se funda sobre um certo número de proposições que incidem sobre os canais postulados pelo modelo. Ela define, sem dúvida, um certo número de *propriedades iônicas* elementares que a molécula responsável deve apresentar. No entanto, ela não nos informa se esses canais são proteínas ou lipídios. A equação apela a fenômenos cooperativos que ocorrem no nível da membrana e do transporte iônico. Ela não nos ensina qual será o número exato de subunidades engajadas, ou proteínas acionadas. A matemática tem para o biólogo um papel preditivo seguro, mas limitado. Não nos possibilita o acesso *direto* à

estrutura.
Eu ilustraria esse ponto por meio de outro exemplo, o das leis de hereditariedade. É um dos exemplos mais conhecidos e mais simples. Mendel, ao estudar a transmissão hereditária da cor das flores da ervilha, mostra que esta segue leis que se formulam mediante uma equação matemática de extrema simplicidade. As leis de Mendel permitiram inferir a existência de determinantes estáveis e transmissíveis por hereditariedade, mas com certeza não permitiram prever que se tratava de cromossomos, e ainda menos ADN, que eram suportes materiais dessa hereditariedade.
Em ambos os casos que acabo de citar, o da propagação do influxo nervoso e o das leis de Mendel, a equação matemática descreve uma função. Ela permite cercar um comportamento, mas não explicar o fenômeno. Em biologia, a explicação caminha junto com a identificação da estrutura que, subjacente à função, a determina. Relacionar estrutura e função é, como ensina Claude Bernard, a via real da descoberta, e não apenas a descrição de um processo por meio de uma equação matemática.

AC: Concordo com a sua interpretação. Na física, do mesmo modo, começasse frequentemente escrevendo equações para um campo médio, no estilo da física do século XIX. Enquanto não se conhece a estrutura microscópica subjacente, não se pode demonstrar essas equações. Mas, quando a teoria está suficientemente elaborada, a geratividade da matemática entra em ação. O meu exemplo predileto é tomado de Heisenberg. Guiado por resultados da espectroscopia experimental, como o princípio de combinação de Ritz Rydberg, Heisenberg compreendeu que a álgebra das quantidades observáveis para um sistema atômico devia ser uma álgebra não comutativa, a álgebra das matrizes. Essa única observação, e um pouco de matemática, engendram a equação de Schrödinger, que explica os números misteriosos (diferenças entre os contrários dos quadrados de dois números inteiros) que governam as regularidades dos raios espectrais do átomo de hidrogênio. Com o princípio de exclusão de Pauli, e uma matemática mais elaborada, consegue-se depois analisar a equação de Schrödinger para um átomo de n elétrons.

JPC: E descrever completamente a tabela de Mendeleev.

AC: O que é extraordinário. Na modelização de um fenômeno, pode-se visualizar duas etapas. A dos físicos do século XIX, em primeiro lugar, quando eles observavam o escoamento do fluxo, ou quando descreviam os fenômenos de maneira macroscópica. Depois, quando se compreendeu melhor a estrutura microscópica da matéria, chegou-se a utilizar a geratividade da matemática, que permite descobrir que, de feto, existem poucas possibilidades, e prever até a química (ver Figura 13).

JPC: Mas esse aspecto gerativo não se deve precisamente, como você acaba de dizer, ao feto de que se chega a um nível inferior, e que surgem regularidades que, em seguida, são aplicadas de maneira universal?

AC: Com certeza. Enquanto não se tiver conseguido ter acesso a esse nível que se estende além do campo médio, penso que o aspecto gerativo é limitado.

JPC: E quase a mesma coisa no exemplo da biologia. A equação de Hodgkin &. Huxley é generalizável. Possui um aspecto preditivo. Porém, uma vez que se tem acesso à análise dos canais iônicos individuais e das moléculas cuja atividade coletiva constitui o influxo nervoso, um novo conjunto de regras e de predições aparece. Este se formula sob uma nova forma matemática, que se

aplica a outros sistemas, aos canais seletivos para o cálcio, ou aos sensíveis a neurotransmissores.

AC: Sim, concordo inteiramente. Gostaria assim mesmo de fazer uma crítica geral no que concerne ao tipo de matemática utilizado nesse gênero de modelização. A matemática que ele implica gira sempre em torno de equações de derivadas parciais, ou, na melhor das hipóteses, de modelos de mecânica estatística. Em ambos os casos, e como na maioria dos modelos da física, o princípio diretivo é a noção fundamental de localidade das interações. Mesmo interações que possuem uma aparência de não localidade, como a atração newtoniana, voltam a se tornar locais, quando se introduz campos apropriados. Esse princípio de localidade das interações é uma regra de ouro da física moderna, cujo instrumento essencial é a manipulação dos lagrangianos. Contudo, não me parece evidente, pelo menos a priori, que a única matemática interessante e útil para um biólogo apaixonado pelo funcionamento do cérebro seja aquela a que acabo de me referir. Seria bom que pelo menos os rudimentos de noções como a de topologia combinatória fossem, se não utilizados, pelo menos conhecidos pelos biólogos.

Z	Elemento	W_1(ev)	Configuração eletrônica									
			1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f
1	H *hidrogênio*	13.6	1									
2	He *hélio*	24.6	2									
3	Li *lítio*	5.4	preenchido	1								
4	Be *berilo*	9.3		2								
5	B *boro*	8.3		2	1							
6	C *carbono*	11.3		2	2							
7	N *azoto*	14.5	(2)	2	3							
8	O *oxigênio*	13.6		2	4							
9	F *flúor*	17.4		2	5							
10	Ne *néon*	21.6		2	6							
11	Na *sódio*	5.1	preenchido			1						
12	Mg *magnésio*	7.6				2						
13	Al *alumínio*	6.0				2	1					
14	Si *sílica*	8.1				2	2					
15	P *fósforo*	10.5				2	3					
16	S *enxofre*	10.4	(2)		(8)	2	4					
17	Cl *cloro*	13.0				2	5					
18	A *argon*	15.8				2	6					
19	K *potássio*	4.3	preenchido			preenchido			1			
20	Ca *cálcio*	6.1							2			
21	Sc *escândio*	6.5						1	2			
22	Ti *titânio*	6.8						2	2			
23	V *vanádio*	6.7						3	2			
24	Cr *cromo*	6.8						5	1			
25	Mn *magnésio*	7.4	(2)		(8)		(18)	5	2			
26	Fe *ferro*	7.9						6	2			
27	Co *cobalto*	7.9						7	2			
28	Ni *níquel*	7.6						8	2			
29	Cu *cobre*	7.7						10	1			
30	Zn *zinco*	9.4						10	2			
31	Ga *gálio*	6.0	preenchido			preenchido			2	1		
32	Ge *germânio*	7.9							2	2		
33	As *arsênico*	9.8							2	3		
34	Se *selênio*	9.7	(2)		(8)		(18)		2	4		
35	Br *bromo*	11.8							2	5		
36	Kr *criptônio*	14.0							2	6		

Figura 13 - Início da tabela periódica dos elementos.

JPC: Isto acontecerá na sequência desta exposição.

AC: E exatamente a razão pela qual eu me interessei tanto por nosso encontro. Em biologia, utiliza-se a matemática como uma linguagem. Se, por exemplo, você têm uma curva de respostas, é bem evidente que é mais fácil transmiti-la se se possui uma função matemática simples, que permita descrevê-la, do que se é preciso retraçar a curva e isolar seus parâmetros. E simplesmente uma manifestação da juventude da biologia. Se examinarmos o desenvolvimento da física, percebemos

que, no início, certos fenômenos eram formalizados, transmitindo-os sob forma de funções matemáticas. Era por exemplo o caso no que se refere à descoberta de Planck. Mas, em pouco, a matemática, por ser gerativa, permite acrescentar algo novo. E não apenas porque as equações permitem a predição. A coerência interna da matemática se manifesta, como no caso do átomo de hidrogênio, e permite, em virtude de critérios de simplicidades, de estética matemática, ter uma intuição muito boa do que deveria ser verdadeiro em casos em que praticamente não se realizaram experiências prévias, e em seguida verificar se isto funciona, ou não. Sou portanto bastante otimista quanto ao papel gerativo que a matemática poderá eventualmente exercer na biologia. Penso que, posteriormente, talvez ainda não agora, quando se tiver conseguido ver que parte da matemática pode ser mais bem utilizada, e pode melhor combinar com a biologia, a sua geratividade será de extrema utilidade.

Auscultação da mecânica quântica

JPC: Eu gostaria de voltar à mecânica quântica, e às conclusões que se pode tirar de sua utilização grosseira, rude, mas, apesar de tudo, bastante pertinente, da matemática pelos biólogos. Nós nos transformamos em matemáticos de tempos em tempos, ou então cooperamos com os matemáticos, para tentar encontrar, de algum modo, a vestimenta matemática que melhor convém aos fenômenos biológicos que nos interessam. Não se trata, em absoluto, para nós, de identificar o real biológico com objetos matemáticos. Buscamos apenas construir objetos matemáticos que se ajustam aos objetos naturais. Raciocinamos, resolvemos, elaboramos modelo após modelo, referimo-nos a uma literatura que já testemunha inúmeras tentativas e erros. Mas, finalmente, o que fazemos? Selecionamos o modelo que melhor se adapta. A eficácia do modelo matemático surpreende apenas aqueles que esqueceram todos os fracassos precedentes. Temos, portanto, uma visão extremamente pragmática e concreta da matemática. Retemos somente o que, nela, é mais adequado à realidade natural. A matemática é para nós um objeto de pensamento. Nem mais nem menos.
Isto me incita a evocar, de novo, com você, a mecânica quântica, um domínio da física que conheço mal. Tenho a sensação de que os físicos trabalham em um campo em que eles experimentam dificuldades para representar o que se passa em uma escala bem diferente daquela em que nosso cérebro e nossos órgãos dos sentidos funcionam (ver Figura 14). E quando um físico nos diz que as leis da física quântica impõem uma indeterminação fundamental eu utilizo propositalmente esses termos por eles empregados , podemos nos perguntar se eles não incorrem em um erro epistemológico grave...

AC: Você quer dizer “da ordem da linguagem”.

JPC: Que é o de identificar a natureza com o modelo que eles constroem para descrevê-la. Podemos nos perguntar se eles consideram a sério não apenas o instrumento de medida e o olhar do observador, mas também o seu próprio funcionamento cerebral e a aptidão deste para capturar os fenômenos em uma escala na qual a experiência ordinária e o senso comum não mais se aplicam. O que você acha?
AC: Eu mesmo já me confrontei com essa questão de uma indeterminação fundamental. E por isso que posso responder a você. Coloca-se de início, mas não é o essencial, um problema de linguagem. Quando se fala de uma partícula e nós a imaginamos como um ponto material com uma posição e uma velocidade determinadas, sabemos que esses termos são ruins. Se, por exemplo, quisermos formar

uma imagem mental do elétron que gira em tomo do núcleo do átomo de hidrogênio, é bem melhor pensar na função de onda determinada pela equação de Schrödinger e pelo nível de energia do que pensar em um sistema planetário. Além disso, para um átomo mais complexo, como o átomo de hélio, que possui dois elétrons em tomo de seu núcleo, a imagem mental é bem mais difícil, pois a função de onda, da qual podíamos, no caso de um só elétron (ver Figura 15), pelo menos visualizar o seu perfil no espaço, é agora uma função de duas variáveis no espaço, ou seja, uma função em um espaço de seis dimensões. O passo seguinte consiste em compreender que, ainda que a linguagem das partículas seja inadequada, ela permite formular questões, e que a natureza fornece uma resposta a tais questões. Para examinar um exemplo concreto, podemos considerar uma fonte discreta de partículas, de elétrons, por exemplo, que emite de tempo em tempo um elétron na direção de uma fenda bem fina, criando desse modo um fenômeno de difração. Podemos descrever o sistema a partir de funções de onda, e prever uma figura de difração sobre uma tela situada depois da fenda, ao longo do percurso do elétron. Se a linguagem das partículas fosse inteiramente inapropriada, teríamos então a prova disso: o elétron deveria se transformar em uma nuvem, por causa do fenômeno da difração. Ora, não é o caso. Fazendo a experiência, obtemos a cada vez um impacto em um lugar preciso da tela. O elétron continua sendo uma partícula. E precisamente durante experiências desse tipo que o indeterminismo fundamental de que você falava se mostra. Com efeito, cada vez que um elétron é emitido pela fonte, medimos um impacto em um local x da tela de chegada (ver Figura 16). No entanto, e esse é o ponto crucial, o resultado experimental "a fonte emite um elétron que chega ao ponto x da tela" não pode ser reproduzido. Isto não tem nada a ver com a precisão com a qual se obtém x. Mesmo o resultado experimental "a fonte emite um elétron que chega na metade superior da tela" não pode ser reproduzido. Jamais poderemos tornar os dados iniciais da experiência precisos o suficiente para que o resultado final seja com certeza o mesmo. Na segunda experiência, teremos somente uma chance em duas de que o resultado final seja o mesmo. Qualquer que seja a precisão do aparelho que envia os elétrons, não podemos repetir a experiência com o mesmo resultado. Só se pode reproduzir a frequência, a probabilidade com a qual o elétron vai chegar na saída. O único dado reprodutível é uma certa densidade, uma certa curva de frequência de impacto na chegada, sobre a tela de chegada. Ela terá a forma de uma curva de difração, e permitirá que se diga que o elétron chegou com tal probabilidade em tal ou tal lugar.

JPC: A existência de um indeterminismo fundamental não é provada, apesar disso. Você poderia ter a mesma coisa em uma situação mais macroscópica, devido, por exemplo, ao movimento browniano...

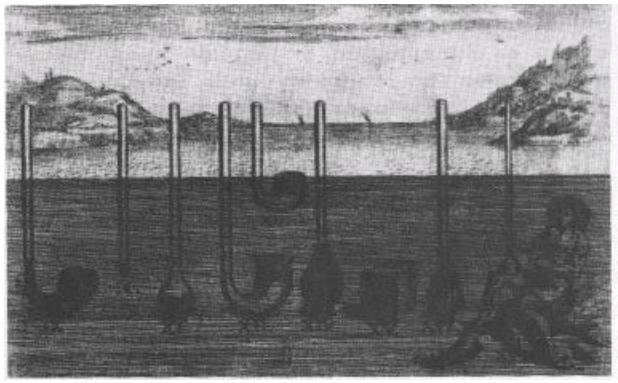


Figura 14 - Gravura extraída do Tratado do equilíbrio dos licores, de Blaise Pascal (1664, 2.ed. Paris: C. Desprez). Ela coloca o problema da medida na física e sua relação com o experimentador. Este aparece curiosamente representado abaixo do nível da água!

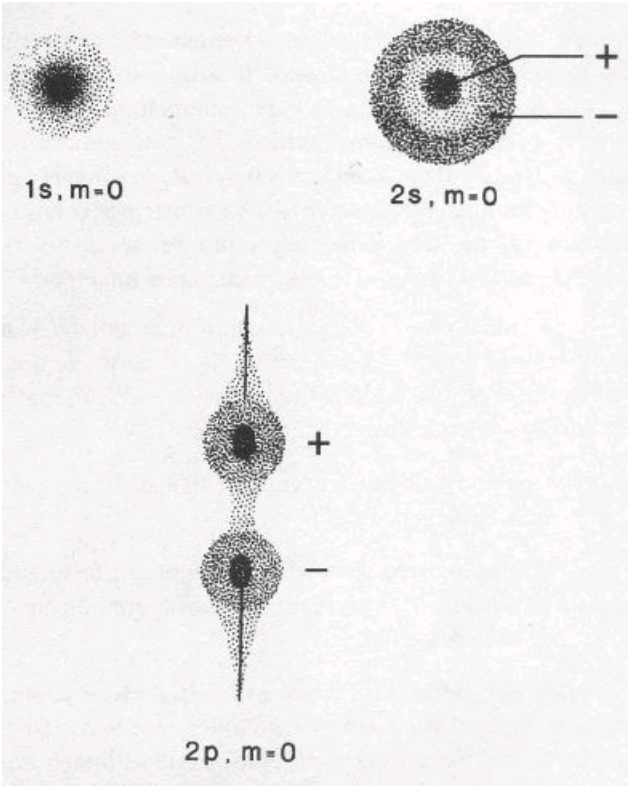


Figura 15 - Exemplos de função de onda de elétron no átomo de hidrogênio.

AC: Sim. Devemos compreender que incorremos em erro se considerarmos um resultado reprodutível o fato de que o elétron fez "tic" em determinado lugar da tela. Nenhuma teoria pode prever o resultado dessa experiência, pois ela não é reprodutível. Quando se quer fazer física, é preciso definir o que é um fenômeno físico. A partir do momento em que se fornece uma definição coerente, não há absolutamente nada de estranho, nenhum paradoxo na mecânica quântica. A teoria se encaixa perfeitamente com seu modelo matemático. Que definição se pode dar de um fenômeno físico? Só se pode falar de fenômeno físico a propósito de resultado experimental reprodutível. Logo, um fenômeno físico é o resultado de uma experiência na qual, se especificarmos os dados inicias, mesmo que fosse apenas para os experimentadores de um outro laboratório, o resultado será idêntico. Se, pelo contrário, não podemos transmitir de maneira precisa os dados iniciais, de tal modo que o resultado experimental seja o mesmo, o fenômeno que estamos em vias de estudar não é um fenômeno físico. Em virtude desse fato, ele não pode ser previsto por uma teoria.

JPC: Logo, não existe indeterminação fundamental. O fato de que um elétron tenha em um momento um tal ponto de impacto, e em outro, outro ponto, poderia finalmente se explicar, mais cedo ou mais tarde, sob uma forma determinista.

AC: Não. Sabe-se que este fenômeno não é explicável pelo que chamamos de "variáveis ocultas".

JPC: Porque a hipótese das variáveis ocultas é proveniente de um modelo particular. Mas pode ser que exista um outro modelo ainda não pensado pelos físicos.

AC: Não. A hipótese das variáveis ocultas não é compatível com o modelo atual da mecânica quântica, modelo cuja única justificação é seu inacreditável sucesso. Pode-se imaginar uma sequência de experiências testando as desigualdades de Bell, que mostram que a interpretação das variáveis ocultas é incompatível com o modelo atual. O meu ponto de vista é bem simples. Há certos

resultados que são resultados de física porque são reprodutíveis. E há outros que não o são, porque não são reprodutíveis.

JPC: Questiono-me sobre a utilização do termo "não reprodutibilidade". Se observarmos um neurônio durante o estímulo de um olho obteremos uma lufada de impulsos. Mas, de uma experiência a outra, não registramos necessariamente o mesmo número de impulsos...

AC: Sem dúvida. Em compensação, poderíamos extrair disso uma lei que, ela sim, seria reproduzida, e é a única coisa que conta.

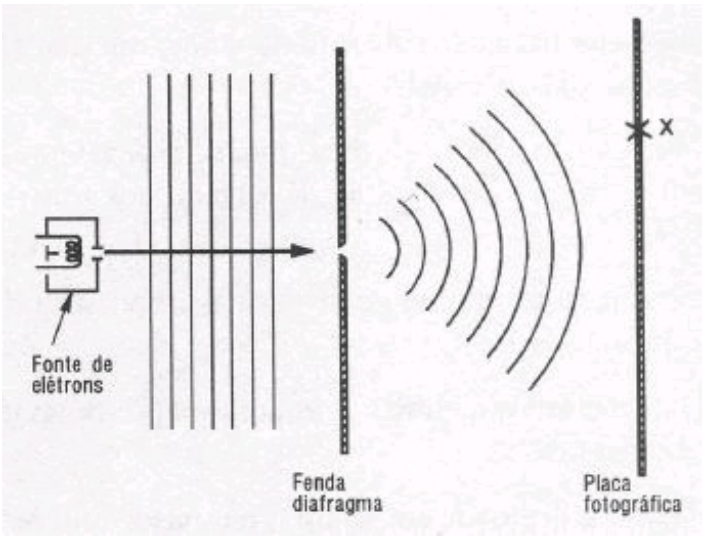


Figura 16 - Fenômeno de difração.

JPC: Exatamente. Depois de um certo número de experiências resultará uma resposta média bem mais reprodutível. E muitos biólogos dirão que existe um "determinismo" da gênese dessa resposta, do receptor sensorial ao neurônio, a despeito das "flutuações" que intervêm na resposta. Emprego o termo "flutuações" porque se trata de uma variabilidade devida às modalidades mais finas da transmissão do sinal no plano das sinapses, da geometria dos contatos entre células nervosas, e outras coisas, que o experimentador não controla em uma experiência desse tipo. Existem de fato vários níveis de variabilidade na transferência de informações no interior do sistema nervoso. Não há nada de misterioso nisso.13 Se aplicarmos esse modo de pensamento aos processos que os físicos estudam, poderemos nos perguntar se estes simplesmente não encontraram ainda o modelo que traz uma explicação mais profunda. O modelo das variáveis ocultas não funciona. Permaneço hesitante, contudo, diante de um resultado negativo, ou uma interpretação que fracassa. Talvez poderemos, um dia, conseguir uma explicação mais racional.

AC: No caso do olho, sabemos que, se repetíssemos a experiência com os mesmos dados iniciais, obteríamos a mesma onda de impulsos.

JPC: Sim. É teoricamente possível, mas impossível do ponto de vista prático.

AC: Já na mecânica quântica, é impossível por causa da teoria, e isso faz a diferença.

JPC: Tenho dificuldade em seguir o teu raciocínio. Isto parece teoricamente impossível. Não é porque a teoria adequada ainda não foi descoberta?

AC: Não. Infelizmente, é um ponto de vista muito delicado. O meu ponto de vista é claro. Certos resultados de experiências poderiam ser considerados fenômenos físicos. Ora, não são, pois não são reprodutíveis. Nenhuma teoria pode esperar prever um fenômeno se este não é reprodutível.

JPC: Mas não está excluída a hipótese de que se tome reprodutível. Tem-se a impressão de que os físicos estão cegos por uma teoria que explica muito bem os fenômenos naturais para que eles busquem uma outra. A menos que eles estejam preocupados com o problema colocado, e se arrisquem a ir mais ao fundo das coisas.

AC: A teoria, tal como ela é, mostra que esse indeterminismo fundamental se manifesta assim que se efetuem duas medições sucessivas de quantidades observáveis que não se comutam, e o princípio de incerteza de Heisenberg especifica do ponto de vista quantitativo esse indeterminismo. Esse princípio tem uma validade teórica, mas também experimental. A mecânica quântica coloca no nível experimental, portanto, o problema de experiências, de resultados experimentais não reprodutíveis. Se, na experiência do elétron, fecho a fenda e meço o recuo da tela devido ao impacto do elétron, esse fenômeno é perfeitamente reprodutível e explicável pela física. É a regra da conservação do momento. Se digo: "Quando lanço um número considerável de elétrons, a probabilidade de chegar a tal lugar na placa possui tal valor", é um fenômeno perfeitamente reprodutível e explicável pela teoria. Em compensação, se digo: "O elétron chegou em tal lugar da tela", não é um resultado experimental reprodutível.

JPC: Você entende por fenômeno físico um fenômeno que pode ser reproduzido. Isto significa que é preciso definir as condições experimentais de tal modo que ele se tome passível de reprodução. Caso conhecêssemos os eventos que determinam o deslocamento do elétron para o alto ou para baixo, tomaríamos esse fenômeno reprodutível.

AC: Não podemos fazer o que você diz sem modificar os resultados, mesmo no nível da estatística.

JPC: Eu diria então que a teoria é mim.

AC: Sim, mas ela explica de maneira precisa os fenômenos experimentais reprodutíveis. E, como eu dizia antes, sob uma forma mais elaborada, ela prevê, por exemplo, o que chamamos de momento magnético anormal de um elétron, com a precisão da espessura de um cabelo na distância de Paris a Nova York.

JPC: Resta um nível subjacente inexplicada, ao qual os teóricos ainda não tiveram acesso "mentalmente". O modelo de Hodgkin &. Huxley é perfeitamente adequado para explicar os fenômenos elétricos do influxo nervoso em termos de transporte iônico. Esse modelo, contudo, não levou diretamente a identificar os canais iônicos subjacentes, o que conseguiu fazer o biólogo molecular que usa métodos radicalmente diferentes dos empregados por Hodgkin e Huxley em suas experiências.

AC: Assim mesmo, vou te dar uma imagem para mostrar como se pode sair do mal-estar devido ao indeterminismo aparente da mecânica quântica. Se limitarmos o campo de investigação do físico aos

fenômenos reprodutíveis, chegaremos a um todo perfeitamente coerente, mas a impossibilidade de prever em que lugar ocorrerá o impacto do elétron é uma forma de renúncia muito frustrante para o teórico. Tomemos uma imagem que os físicos conhecem bem: a dos universos paralelos de H. Everett.14 Tudo se passa como se todos os eventos possíveis pudessem de fato ocorrer, como se o elétron pudesse ir a qualquer lugar da placa. No entanto, cada uma dessas escolhas significaria uma bifurcação de um universo em um universo paralelo. Suponhamos, por exemplo, para simplificar, que façamos uma medição com dois resultados possíveis. O seu resultado cria então uma bifurcação entre dois universos paralelos. Estaremos em um ou em outro na medida em que uma ou outra das possibilidades tiver se realizado. A coerência desses universos paralelos é suficiente para que, em termos estatísticos, o resultado médio seja o mesmo. Cada resultado de experiência depende do universo paralelo particular em direção ao qual nos dirigimos. Em si, ele não é reprodutível.

JPC: A ideia parece interessante. Mas a confusão que os cientistas cientificamente mantêm entre irreprodutibilidade e indeterminação sugere que a maior parte dos teóricos se acha diante de um fracasso que seu inconsciente se recusa a aceitar.

AC: Não se pode esperar predizer teoricamente um resultado que não pode ser reproduzido. A qualidade primordial de uma experiência física, penso que todos estão de acordo a esse respeito, é a sua reprodutibilidade. Se ela não pode ser reproduzida não possui conteúdo físico. O fracasso não é teórico, mas experimental. Quando se regula o aparelho experimental não se consegue saber como especificar os dados iniciais a fim de conhecer de antemão o ponto de impacto do elétron. O princípio de incerteza de Heisenberg demonstra que jamais se poderá conhecer isso, e que o mesmo indeterminismo se manifesta assim que se mede de maneira sucessiva duas quantidades observáveis que não comutam entre si, como em uma experiência de Stem Gerlach.

JPC: Talvez você pudesse controlar um parâmetro físico que se ignora. E, portanto, ao mesmo tempo teórico e experimental. Seria provocativo que o matemático sugerisse uma experiência aos físicos!

AC: De todo modo, é importante verificar que esse fracasso é um fracasso experimental. E isto que explica eu preferir este exemplo. Simplesmente porque se acredita que apenas a teoria está em jogo, ao passo que a experiência também está envolvida. Encontramo-nos em presença de um resultado experimental que não podemos reproduzir

JPC: E mais difícil realizar uma boa experiência do que uma teoria medíocre. E essa discussão revela que a misteriosa indeterminação a que se refere um certo número de físicos não faz tanto sentido. Seria preciso aceitar a ideia de que o estado de nossos conhecimentos não nos permite ainda dominar essas noções, tanto no plano experimental quanto no plano teórico. Parece-me difícil aceitar a ignorância como uma lei da natureza...

AC: Com efeito, no corpo da doutrina atual, perfeitamente coerente, consegue-se explicar os resultados experimentais que são reprodutíveis. Não vejo como explicar resultados que não o são. E muito difícil aceitar que, no nível microscópico, no plano do quântico, haja fenômenos que não possam ser reproduzidos. O que não impede que seja um fato. O seu impacto filosófico é de difícil apreciação. O que é incompreensível aqui é que a natureza, no nível atômico, seja imprevisível. Mesmo a “realidade” físico-química é mais sutil do que parece.

Notas

1 KLINE, M. *Mathématiques*: la fin de la certitude. Traduzido do inglês por J. P. Chétien-Goni e C. Lazzeri. Paris: C. Bourgois, 1989.
2 CALDER, A. Les mathématiques constructives. In: *Les mathématiques aujourd'hui*. Prefácio de M. Berger. Paris: Pour la science, 1986. p.203-11.
3 Ibidem, p.210.
4 Ibidem, p.211.
5 Ibidem.
6 BELAGA, E. La théorie des noeuds. In*: Le progrès des mathématiques*. Paris: Pour la Science, s.d.
7 Apud SCHWINGER, *Einstein's Legacy*, trad, de A. Connes, *L'héritage d'Einstein*. Paris: Pour la Science, 1988.
8 LÉVI-STRAUSS, C. *O pensamento selvagem*. Trad. Maria Celeste da Costa e Souza e Almir de Oliveira Aguiar. São Paulo: Nacional, Edusp, 1970.
9 JACOB, F. *Le jeu des possibles*. Paris: Fayard, 1982.
10 HODGKIN, A., HUXLEY, A. A quantitative description of membrane current and its aplications to conduction and excitation inverse. J. PhysioL, n.l 17, p.500-44,1952.
11 NODA, M. et al. Primary Structure of Electrophorus Electricus sodium channel deduced from cDNA sequence. Nature, n.312, p.121-7,1984.
12 NODA, M. et al., op. cit.,1984.
13 BURNOD, Y., KORN, H. Consequences of Stochastic Release of Neurotransmitters for Networks Computations in the Central Nervous System. *Proc. Nat. Acad. Sei. USA*, n.86, p.352-6,1959.
14 EVERETT, H. "Relative State" Formulation of Quantum Mechanics. *Reviews of Modem Physiscs,* n.29, p.454*62,1957.

CAPÍTULO 4 - O MATEMÁTICO NEURAL

A iluminação

JEAN-PIERRE CHANGEUX: Em nossos dias, poucos matemáticos se preocupam com o cérebro. Notei no livro de Dieudonné, *Pour l'honneur de l'esprit humain* - cujo título lembra um pouco o Ad majorem dei gloriam, de Inácio de Loyola -, que a palavra "cérebro" aparece muito raramente. E quando aparece, não tem um objetivo explicativo. Pelo contrário. Ele escreve, à p.38, por exemplo: "A atividade racional de um cérebro criador jamais teve explicação racional, nem na matemática nem em qualquer outra parte". Nesse texto, que aprecio e que li com bastante interesse, Dieudonné examina a evolução da matemática de forma independente do cérebro, um pouco como os historiadores da arte, que se interessam pela evolução da pintura e da escultura sem querer levar em conta que vemos mais com nosso cérebro do que com nosso olho! É bom lembrar que o matemático, do mesmo modo, faz matemática com o seu cérebro, e que não há como ser diferente!

ALAIN CONNES: Partilho inteiramente dessa ideia. O cérebro é uma ferramenta material, e é fundamental compreender o seu funcionamento no trabalho do matemático.

JPC: No entanto, encontramos em alguns matemáticos do passado, como Poincaré ou Hadamard, preocupações próximas às nossas. Hadamard, em sua excelente obra,[1] questiona-se sobre o inconsciente e sobre as sucessivas camadas na criação matemática. Ele cita *Sobre a inteligência*, de Taine, esse filósofo que ainda se dignava a levar em consideração os dados da ciência, em particular das ciências do sistema nervoso, preocupação que, depois de Sartre, Foucault e seus sucessores, foi esquecida por muitos de nossos contemporâneos em proveito da psicanálise, embora notáveis exceções comecem a fazer ouvir suas vozes.[2]
Hadamard descreve seu trabalho de matemático de uma maneira que julgo bem interessante. Logo de início, ele distingue um trabalho preparatório, que comporta - insisto sobre isso - fracassos e erros, os mesmos que o matemático piedosamente esquece de mencionar quando apresenta seus resultados sob uma forma em geral "bem digerida". Aproximando-se das análises de Poincaré, Hadamard se esforça em compreender essas tentativas de "governar o inconsciente", e distingue na "criação matemática" várias etapas, que chama de "preparação", "incubação" e "iluminação". Ele enfatiza também o uso de signos assim como da projeção mental, e cita então a referência a um psicólogo da época, Binet, que, como Taine, interessou-se bastante pelas experiências de projeção, secundando nisso os associacionistas ingleses. E notável que esse interesse pela projeção mental tenha recentemente voltado à tona no campo da psicologia experimental, em autores como Kosslyn, Shepard e Denis,[3] na França. Encontramos aí uma preocupação comum aos psicólogos e neurobiólogos. A imagem mental não deve ser tomada em um sentido evanescente ou imaterial, mas, pelo contrário, como uma atividade cerebral concreta e bem definida. Hadamard assinala que, durante o trabalho preparatório, quando as imagens começam a surgir no cérebro do matemático, às

vezes uma repentina iluminação invade seu cérebro e sua sensibilidade. Esta se constitui numa importante etapa do trabalho da criação matemática. Porém, segue-se necessariamente uma terceira etapa. Mais consciente do que a anterior, ela consiste em verificações e em definições que permitem expor com precisão um raciocínio, um teorema ou uma demonstração. Esta última etapa envolve raciocínio e capacidade de julgar.
O procedimento de Hadamard é de tipo introspectivo. Em virtude disto, é alvo frequente de psicólogos, filósofos e, é claro, neurobiólogos, por ser demasiado subjetivo. Contudo, é interessante, porque propicia um relato que possui uma forma de objetividade, já que é reprodutível de um matemático a outro. O que você pensa a respeito dessa descrição sobre a criação matemática, comum a Hadamard e Poincaré?

AC: Eu mesmo vivi - pelo menos, eu acho - experiências desse tipo. A primeira fase, a incubação, consiste em uma abordagem baseada em conhecimentos já adquiridos. Aos poucos, concentramos a nossa atenção em um objeto de pensamento bem específico. Tentamos centrar o nosso pensamento cercando-nos de coisas conhecidas, preparando o terreno. A terceira fase, a verificação, inicia-se uma vez sobrevinda a iluminação. O processo de verificação é bem doloroso, pois tememos ter-nos enganado. E de fato a fase mais angustiante, porque nunca sabemos se a nossa intuição é justa... é um pouco como nos sonhos, a intuição equivoca-se com facilidade. Lembro-me de ter passado um mês para verificar um resultado: eu refazia a demonstração nos mínimos detalhes, até a obsessão, tarefa que, a rigor, poderia ser confiada a uma calculadora eletrônica, que verificaria a lógica do raciocínio. Pelo contrário, no momento em que ela ocorre, a iluminação implica uma parte considerável de afetividade, de modo que não se consegue ficar passivo ou indiferente. A única vez em que isso realmente aconteceu, não pude impedir as lágrimas. Com frequência, observei o seguinte: uma vez superada a primeira etapa, deparamo-nos com um muro. O erro a ser evitado consiste em atacar essa dificuldade de maneira frontal. E preciso proceder de modo indireto, transversal. Se pensarmos o problema de maneira demasiado direta, esgotamos com excessiva rapidez os recursos acumulados durante a primeira fase, e ficamos desencorajados. Deve-se liberar o pensamento, de tal modo que o trabalho subconsciente possa se produzir. Por exemplo, quando se efetuam cálculos algébricos relativamente elementares, mas demorados, essa duração, ao longo da qual o pensamento direto, de maneira geral, está pouco focalizado, é muito propícia à intervenção do subconsciente. O matemático deve dispor, é claro, de uma suficiente serenidade. Pode-se alcançar assim uma espécie de estado contemplativo, que nada tem a ver com a concentração de um estudante de matemática que passa no exame. Na melhor das hipóteses, um estudante que utilizasse essa técnica sairia de um exame dizendo: “Fracassei na prova, mas encontrei uma ideia sobre a qual tenho vontade de trabalhar por muito tempo”. O que chama a atenção é a importância, quando me refiro a um procedimento direto, do aparente distanciamento entre o problema inicial e o campo de investigação do momento.

JPC: Sem dúvida. Durante todo esse período, um cérebro está em plena evolução. Você constrói hipóteses, cria esboços...

AC: Mas não desse problema.

JPC: Se você contorna o problema, como pode a solução aparecer de modo tão repentino?

AC: E bem difícil de descrever. A experiência mostra que, se atacarmos o problema de maneira direta, esgotamos muito rapidamente os recursos do "pensamento direto", racional. Apreendemos a dificuldade, mas se não conseguirmos nos liberar, em geral não resolveremos o problema, ao contrário do que se produziria se fosse um problema de exame, se houvesse apenas operações matemáticas a efetuar. Esse estágio corresponde mais ou menos ao conhecimento que têm os matemáticos de um dado problema. Eles compreendem o problema com facilidade, definem a dificuldade de modo exato, mas, além disso, o pensamento direto não ajuda mais. Só progredimos se dispomos de uma estratégia, mesmo que implícita, que consiste em refletir em questões anexas a priori, sem reflexões sobre o próprio problema.

JPC: Essas questões são muito diferentes ou são próximas?

AC: Podem ser bem diferentes.

JPC: Trata-se simplesmente de ocupar a memória de trabalho, e deixar se desenvolver em uma profundidade maior um trabalho inconsciente que supõe uma contribuição mais importante da memória a longo termo? Ou, pelo contrário, é uma espécie de procedimento de associação que leva um certo tempo porque os elementos que vão se unir fazem parte de contextos muito diferentes? Pensei ter compreendido que circular em torno do problema permitia evocar objetos matemáticos sem relação direta com ele. Por combinação, eles conduzem à solução, ou então evocam, por um viés qualquer, recorrendo à memória a longo termo, uma representação mais adequada à questão colocada. E um procedimento de ocultação do pensamento racional, de atenuação da consciência, que deixa as representações internas "incongruentes" se manifestarem, e permite que os objetos matemáticos se associem "contra a natureza"? Você volta a encontrar, sob forma de "quimera", incorporados à solução final, esses elementos de uma reflexão paralela? Daqui a pouco eu explico as razões da minha questão.

AC: Falo apenas de minha própria experiência. Ainda que fazendo parte do mesmo domínio, a minha reflexão era a priori dissociada. Desembocava na resolução do próprio problema, sem que em momento algum ela parecesse guiada por este.

JPC: De todo modo, ela estava no fundo de você.

AC: Provavelmente, mas eu não estava em absoluto consciente disso. Colocava-me uma outra questão, que evoluía e me levava à resolução do primeiro problema.

JPC: Recoloco a minha questão: quando você utiliza, para resolver um problema, um conhecimento conexo ou distinto, esse material matemático persiste sob uma forma "recombinante" na solução final?

AC: E difícil dizer. O problema era o seguinte: demonstrar que um certo objeto, que se podia definir, e do qual se sabia possuir uma realização, tinha apenas uma. Era um problema técnico, bastante árduo, difícil de enfrentar de forma direta, porque logo se esgotaram todos os meios disponíveis. Depois de percorrer um campo vizinho, mas dissociado, no qual os objetos de estudo eram mais numerosos e mais fáceis de apreender, eu atingi um grau de perícia, tendo acesso a uma intuição que

podia se aplicar ao primeiro problema. Tratava-se, portanto, de um esquema, de um campo de exploração indireto.

JPC: Você utilizava então um esquema, mais do que objetos de pensamento.

AC: Exatamente. Um esquema no qual meu pensamento podia se deslocar, evoluir, ao passo que no contexto demasiado específico do problema, colocado contra a parede, o pensamento se enrijecia, bloqueado pela dificuldade.

JPC: De certo modo, você ampliava o contexto para deixar surgir uma *variabilidade*. Estamos em plena evolução darwiniana. Você define um período ao longo do qual se engendram variações conscientes ou inconscientes, quando os objetos de pensamento se associam, "esquemas" se formam, no interior de um âmbito mais geral do que o do problema colocado.

AC: Digamos, para simplificar, que os matemáticos que não conseguem resolver um problema têm o hábito de generalizá-lo, a fim de poder resolver um de seus casos particulares. Em seguida, uma ampliação permite localizar uma pequena peça do quebra- cabeças. Espera-se, é óbvio, que a resolução desse caso particular do problema generalizado, que tem pouco a ver com o problema do início, permita obter uma ideia que, ela sim, adaptar-se-á. Tenta-se generalizar, então, para descobrir vários aspectos do problema. Depois, procede-se por meio de degraus, relativamente pequenos, para chegar ao objeto em questão.

JPC: Esforçamo-nos para combinar esses elementos, reunindo-os em um âmbito maior, ao passo que antes eles estavam dispersos.

AC: Não se deve ocultar a distinção entre o processo subconsciente da segunda etapa e o tipo de programa a que acabo de me referir, que se explicita e faz parte do patrimônio cultural. E uma estratégia que não é em nada inconsciente, uma vez que é conhecida de todos os especialistas. Mas tive muitas vezes a impressão de que o mecanismo cerebral comportava um sistema que não é, como dizer, descoberto, que não se percebe diretamente, mas que repousa sobre mecanismos bem análogos.

JPC: Pode muito bem existir um recrutamento de objetos de memória que atinja exatamente o que chamamos de consciência. Produz-se uma espécie de trabalho mental, sem que todas as operações envolvidas sejam perfeitamente dominadas pela vontade. Isto é verdadeiro tanto para a matemática quanto para o pensamento em geral. Um pensamento sem linguagem[4] é possível. A sua experiência de matemático confirma, a meu ver, a ocorrência de uma fase de incubação, e sugere que, durante esse período, produzem-se, de maneira transitória, variações darwinianas que se recombinam no tempo. Em um dado momento, uma delas se mostra *adequada* ao problema proposto e, em um âmbito ampliado, traz uma solução: é a iluminação!
Será que você pode precisar, pois é um ponto importante, quais são as condições dessa adequação? Um certo número de objetos matemáticos passageiros, conscientes ou não, são evocados, e depois, de uma vez só, tudo se encaixa, a chave entra na fechadura e a porta se abre. Seguindo o esquema do darwinismo mental,[5] depois de uma etapa de variações de um "gerador de diversidade", entram em cena "processos de seleção".

AC: E difícil garantir que, durante a segunda fase, um tal papel caiba a um gerador de diversidade. O seu modelo corresponderia ao dos computadores que jogam xadrez. Eles têm um comportamento relativamente darwiniano: uma quantidade considerável de tentativas é feita, tentativas que não dariam em nada sem uma função de seleção, que mede tanto o material obtido ao se jogar vários lances quanto a força da posição resultante. Logo, é preciso introduzir uma quantidade que expresse esse ganho ou a força da posição, a qual o computador deve poder melhorar. Para encontrar um mecanismo darwiniano no funcionamento do cérebro do matemático em trabalho, é preciso primeiramente buscar o análogo dessa função de seleção.
Os matemáticos sabem que compreender um teorema não significa compreender passo a passo uma demonstração, cuja leitura pode demorar várias horas. E, pelo contrário, visualizar a totalidade dessa demonstração em um tempo breve ao extremo. O cérebro tem que ser capaz de "verificar" tal demonstração, ignoro como, no espaço de um ou dois segundos. Tem-se certeza de ter compreendido um teorema se esse sentimento se manifesta. Não se é capaz de percorrer a demonstração sem encontrar erro, o que possibilita apenas uma compreensão local. No momento da iluminação se produz um mecanismo, que eu não saberia definir, que assegura que a chave se encaixa na fechadura. Para admitir a existência de um mecanismo darwiniano no cérebro, seria preciso compreender que tipo de função de avaliação entra em jogo, durante o período de incubação, para selecionar a solução do problema. Poderíamos dizer, então, de modo bem esquemático, que a primeira etapa consiste em construir, de maneira consciente, uma função de avaliação ligada à afetividade, que poderia ser expressa, cruamente, sob a forma: "eu quero resolver esse problema aí". O mecanismo darwiniano corresponderia à incubação, a iluminação só se produzindo quando o valor da função de avaliação é grande o suficiente para desencadear a reação afetiva.

JPC: Não é uma campainha de alarme, mas uma campainha de prazer que indica...

AC: ... que o que foi encontrado funciona, é coerente e, até, estético. Esse prazer, estou certo, é análogo ao dos artistas quando eles encontram uma solução, quando um quadro está perfeitamente coerente e harmonioso. O funcionamento do cérebro deve ser o mesmo. Porém, a palavra "darwiniano" parece indicar alguma coisa oculta, que coloca o problema da função seletiva, da quantidade a ser melhorada.

JPC: Sem dúvida. Mas não há nada escondido. A seleção participa do mecanismo. A reflexão de tipo darwiniano tem como principal interesse definir etapas que, de outro modo, não seriam distinguidas, ou ficariam um pouco confusas. Um modelo é interessante se ele leva a um progresso, se não da compreensão, pela menos da análise.

O cérebro e seus múltiplos níveis de organização

JPC: Podemos passar a uma outra questão. Qual pode ser o papel das neurociências na compreensão do mecanismo de produção e tratamento dos objetos matemáticos? Mencionarei novamente Desanti. Uma epistemologia materialista forte deve incluir a descrição do aparelho de conhecimento e de seu funcionamento, ou seja, de nosso cérebro e da maneira pela qual ele produz os objetos matemáticos. O esforço para compreender as bases neurais da matemática, por conseguinte, é de uma importância científica fundamental. Os psicólogos "funcionalistas", como Fodor ou Johnson-Laird,[6] rejeitam tal

enfoque, que eles consideram inútil. Segundo eles, basta descrever os processos do pensamento sob forma de algoritmos. Eles fazem uma distinção entre o que os autores anglo-saxões chamam de *mind* ("espírito", mas em um sentido que exclui qualquer metafísica), ou seja, as funções do cérebro, de sua organização neural. Estrutura e função são nitidamente distintas. No entanto, descrever as funções cerebrais sob forma matemática tem, para eles, valor de explicação, e é suficiente para fornecer uma compreensão do conjunto do processo. Na qualidade de neurobiólogo, sempre me opus a semelhante atitude. Estou convencido, pelo contrário, de que tentar descrever as bases neurais das funções cerebrais, e em particular aquelas envolvidas na matemática, permitirá melhorar o conhecimento da própria matemática.

AC: Não há dúvida.

JPC: Antes de abordar as bases neurais da matemática, parece- me necessário definir a noção de nível de organização (ver Figura 19). O trabalho do biólogo, em geral, consiste em relacionar uma função com uma organização estrutural definida: trata-se de estabelecer uma relação causal entre estrutura e função. Se, antes de se iniciar uma pesquisa, não se reflete sobre esse vínculo entre a função e a estrutura, o risco de se cometer erros de ordem magistral é muito grande. Você conhece alguns. Um dos mais célebres foi, no século XIX, a convicção que tinham certos biólogos "fiscalistas" de que existiria a geração espontânea. O debate incidia, de início, sobre a necessidade da presença da levedura para que ocorresse a fermentação. A fermentação parecia consistir numa "decomposição química", e deveria poder produzir-se inteiramente in vitro. O que é verdade, como mostrará Buchner! Mas se deduzia disto a possibilidade de reconstituir uma célula viva a partir de uma população de moléculas em solução, logo, de realizar a geração espontânea. O que Pasteur negava na época, e com razão.[7] De onde provinha o erro? Com certeza, não da existência de "forças vitais", irredutíveis às leis da física e da química, que impediriam essa reconstituição! A extrema complexidade da organização celular, que ainda não é possível reconstituir em sua totalidade, mesmo no caso de organismos tão simples como as bactérias da levedura, não era apreciada em todo seu valor. Uma célula não se compõe somente de moléculas. Mas elas formam um conjunto bastante organizado, que se divide, multiplica em virtude de interações bem específicas e intrincadas entre si, que ainda estamos muito longe de compreender em sua totalidade. Os autores da época não estabeleciam uma relação correta entre estrutura e função. Eles sugeriam uma correspondência inadequada entre estrutura e função, fazendo que estas dependessem de diferentes níveis de organizações.
Quando se aborda o problema da relação da matemática com o cérebro deve-se evitar cair nesse terreno. O mero fato de levantar o problema suscita irritação. Afirmar-se-á taxativamente que a matemática constitui um mundo de tal modo distinto dos neurônios, das sinapses etc. e outras coisas que compõem o cérebro, que você estaria perdendo o seu tempo tentando estabelecer semelhante relação. Esse projeto encontra portanto uma oposição bem rígida. Para que a relação causal entre uma estrutura estática e uma função dinâmica por natureza faça algum sentido, é preciso que ela se efetue no nível de organização pertinente. O biólogo deve definir previamente níveis hierárquicos pertinentes no plano funcional, e isto antes mesmo de iniciar uma pesquisa experimental.
Pois bem, os filósofos do "espírito", os maiores deles em especial, como Kant, interessaram-se por essa questão. Kant distingue desse modo três níveis, que me parece ser o caso de recordar. O da *sensibilidade*, definido pela capacidade de receber "impressões" por meio dos órgãos dos sentidos. O do entendimento, ou faculdade dos conceitos, que permite a síntese dos elementos sensíveis. O da

razão, que contém os princípios do uso de conceitos espontaneamente produzidos pelo entendimento. Tais distinções kantianas permitem conceber três níveis de abstração: 1. a elaboração de representações a partir dos objetos do mundo exterior; 2. sua abstração em conceitos; depois 3. a organização desses conceitos em abstrações de ordem mais elevada... tudo isso, bem entendido, no cérebro. Após havê-las definido, pode-se tentar, sob seu próprio risco e perigo, relacionar essas "faculdades" com as organizações conexionais de nosso encéfalo.
E notável que, de maneira independente, especialistas em informática, como Newell[8] e Simon,[9] tenham se interessado pelos níveis hierárquicos no interior dos computadores.

AC: Essa questão é decisiva. A comparação com os computadores pode permitir, estou certo disso, tomar mais precisa a definição dos diferentes níveis da atividade do cérebro, considerando somente a atividade matemática.

JPC: Newell e Simon definiram o que eles chamam de "nível de conhecimento" (*knowledge level*), que eles situam, para computadores teóricos, que ainda não foram produzidos, abaixo do "nível simbólico" dos computadores habituais. O nível de conhecimento se enriquece de modo permanente com a experiência de novas ações, mediante um princípio, o "princípio de racionalidade", que é o seguinte: "Se um agente tem conhecimento de que uma de suas ações conduzirá a um de seus objetivos, então o agente seleciona essa ação".

AC: Eu teria uma pequena crítica a fazer sobre essa frase.

JPC: Você pode redefini-la! Você está de acordo com essa clivagem entre pelo menos dois níveis, que se aproximariam, um, do entendimento (por alto, o simbólico) e, outro, da razão (o conhecimento)?
AC: Eu poderia mesmo definir com bastante precisão três níveis na atividade matemática. Mas tenho mais dificuldade em enxergar como relacioná-los com os de Kant. Utilizarei uma terminologia diferente.

JPC: Com certeza. Tentarei depois fazer que esses níveis se encaixem com os dados das neurociências.

AC: Acredito que o primeiro nível, apenas para a atividade matemática, corresponde aos computadores atuais. Mecanismos preestabelecidos permitem fornecer uma resposta precisa a um problema de um determinado tipo, em geral de natureza calcula- tória. Trata-se, por exemplo, de saber efetuar uma divisão, sem por isso compreender o mecanismo de suas operações. Com certeza, hoje, os computadores fazem isso bem melhor. Porém, mesmo no que se refere a operações muito elaboradas, como calcular integrais, ou traçar o gráfico de uma função, o mecanismo está sempre dado de antemão.

JPC: Encontramo-nos no nível das operações elementares.

AC: E o nível do cálculo, não necessariamente o das operações elementares. As operações podem ser mais complicadas, mas pouco importa. Conta apenas o fato de que realizar essas operações não tem consequências práticas sobre a maneira pela qual elas são realizadas. Uma vez aprendidas a

adição ou a multiplicação, a menos que se passe a um outro nível, não se muda de método, aplica-se sem entender por quê. Muitas pessoas efetuam divisões, e às vezes durante muito tempo, sem saber como. Por automatismo. Os computadores atuais não foram além do simples cálculo, já que eles não têm nenhuma compreensão do mecanismo que eles aplicam. Aplicam receitas, que fornecem resultados, e bem mais rápido do que o cérebro humano, mas que continuam sendo receitas. Nunca fiquei impressionado por um computador prodígio que aplica receitas conhecidas, ou pelas pessoas que possuem um raciocínio formal perfeito, ou que, para dar uma imagem, jamais deixam de apontar um erro de acentuação ou de sintaxe. Por quê? Porque eles permanecem no primeiro nível, o dos cálculos, que exclui a compreensão global do sistema. Não ocorre nesse caso uma interação entre o sistema e os cálculos que ele faz.
O segundo nível é mais difícil de definir...

JPC: Mas será que dois níveis não bastam?

AC: Não. A atividade matemática comporta realmente três níveis. Mas não pretendo em absoluto que eles correspondam aos que Kant descrevia. Todavia, eu gostaria de ressaltar a riqueza do primeiro nível. Ele agrupa, por exemplo, a atividade que se tem em matemática superior que consiste em traçar gráficos de curvas ou em efetuar cálculos de cinemática...

JPC: É a matemática estúpida!

AC: Eu tinha um professor de cursinho,[10] eu me lembro, que me dizia com frequência: "Eu faço questão de que as coisas fáceis, vocês aprendam a fazê-las rápido e bem". São apenas receitas que aplicamos. O segundo nível começa quando existe uma interação entre os cálculos efetuados e uma problemática pessoal. Suponhamos, por exemplo, que haja dois métodos para efetuar um cálculo e que se obtenha resultados diferentes. Estamos então no segundo nível, pois somos obrigados a colocar uma questão, seja sobre a validade do método, seja sobre possíveis erros cometidos durante o cálculo, seja ainda sobre o significado dos cálculos que efetuamos. É preciso testar o método, e logo compreender seu objetivo e seu mecanismo. E bem evidente que os computadores, por enquanto, são incapazes disto.
JPC: Mas podemos pedir a um computador que verifique seu próprio método...

AC: No momento, se compararmos, como no que se refere ao ônibus espacial, os resultados obtidos para um mesmo cálculo por diversos computadores, eliminamos os erros devidos ao seu mau funcionamento. Isto ainda está muito distante de uma reflexão do computador sobre o objetivo que ele deve atingir, ou da possibilidade de mudar de estratégia.

JPC: Não é de fato o nível da razão...

AC: Não pretendo que seja o nível da razão. E o que eu qualificaria de segundo nível. Quando o cálculo não funciona, ou quando encontramos dois resultados diferentes, em vez de simplesmente aplicar uma receita e verificar se nos enganamos, mudamos de estratégia para nos adaptarmos. Imaginemos alguém que, de tanto efetuar multiplicações, encontre um método mais simples para obter o resultado. Ou um computador que, no jogo de xadrez, conseguisse compreender seus erros para deixar de cometê-los depois, ou que inventasse uma estratégia. No lugar de ter na memória uma lista

de aberturas, inventaria uma nova abertura.

JPC: Aproximamo-nos do nível do conhecimento, com esse computador capaz de apreender os erros e propor uma estratégia alternativa.

AC: E muito importante que exista um dado... Voltamos a encontrar a frustração à qual eu me referia... Esse sentimento, seria importante que o computador o vivenciasse quando se engana, perde no xadrez, ou quando a sua estratégia não é a melhor. Seria preciso que ele ficasse estressado ou, pelo contrário, que ele sentisse o prazer de ter encontrado um método mais eficaz, mais rápido. Esse mecanismo sutil não me parece impossível de elaborar, por exemplo, no que se refere a uma maior rapidez nos cálculos. O computador deveria inventar, melhorar os mecanismos de cálculo. Talvez seja possível em certos casos, mas ainda é muito cedo.

JPC: Seria necessário, de algum modo, uma reintrodução de dados.

AC: Exatamente. Seria preciso que o próprio computador fosse capaz de melhorar o seu programa, coisa que o cérebro, é evidente, pode fazer. Mas os computadores atuais ainda estão longe disso. Isso porque se tem dificuldade em definir, de maneira autônoma, quantidades que engendrassem frustração ou prazer no computador, e que lhe permitissem virar-se por si mesmo. Tal dificuldade me convida a encarar com simpatia aquilo que, no cérebro, permite-lhe ter sentimentos. Estes últimos têm um papel essencial na passagem para o segundo nível. É análogo à capacidade de construir hierarquias de valores, de utilizá-los e modificá-los. Conheço matemáticos que possuem um cérebro puramente racional, que eu qualificaria de primeiro nível. Eles me impressionam pela ausência de hierarquia. Eles são incapazes de saber se um objeto de estudo ou um teorema é mais interessante do que um outro. Na medida em que a demonstração estiver correta, todos os teoremas, para eles, se equivalem. O segundo nível, pelo contrário, supõe a possibilidade de apreciar a qualidade ou o valor de um teorema.
Mas tratemos do terceiro nível, o da descoberta. Nesse nível, não apenas se é capaz de resolver um problema posto, mas pode-se também descobrir - não digo inventar, porque isto não concordaria com minha filosofia da preexistência do mundo da matemática à intervenção do indivíduo - uma parte da matemática à qual os conhecimentos adquiridos não fornecem um acesso direto. Consegue-se colocar novos problemas, abrir vias antes inacessíveis e descobrir uma parte ainda inexplorada da geografia da matemática. Pode-se distinguir dois tipos de atividade nos matemáticos. Um consiste em resolver problemas já colocados. O outro, na ocorrência de um problema já colocado, ou de uma reflexão, em criar ferramentas de pensamento, que não existiam no corpus estabelecido, e que permitem revelar uma parte ainda inexplorada da realidade matemática.

JPC: Para voltar a Kant...

AC: Não digo que seja análogo. Não refleti a respeito.

JPC: De qualquer modo, jamais se conseguirá penetrar exatamente nas categorias, tais como Kant as definia. Pouco importa. Parece-me essencial, todavia, definir níveis de função. Penso que o primeiro nível se aproxima do entendimento. Quanto aos dois outros, eu os identificaria à razão, mas estabelecendo uma hierarquia entre ambos. Nosso colega, Gilles-Gaston Granger, que ensina

filosofia no Collège de France, também distinguiu dois aspectos da razão.[11] Por um lado, os aspectos táticos, "de observância de um vínculo do princípio à consequência, de cálculo proposicional ou lógico". Por outro, os aspectos estratégicos, "que conduzem à determinação de um campo no qual a lógica poderá atuar, e que incide sobre a plausibilidade dos objetivos ou dos fins". A razão tática não consiste simplesmente em efetuar operações, mas em pôr à prova o cálculo lógico, a validade de uma proposição lógica.

AC: A verificação da validade do raciocínio em um teorema se deve, a meu ver, ao primeiro nível. Não descarto a possibilidade de que os computadores logo se tomem capazes disso.

JPC: Se compreendi bem Granger, a razão tática inclui a possibilidade de mudar de tática. Não se trata somente de experimentar uma determinada tática, mas também de elaborar novas. De outro modo, a palavra "razão" não se justificaria. Essa razão tática parece próxima do que você considera o segundo nível. Pelo contrário, elaborar uma nova estratégia se aproxima, ao que me parece, da criação pura, da abertura de um novo campo de conhecimento e de investigação, da definição de uma nova categoria de problemas.

AC: Sim e não. Parece-me que o que eu chamava de segundo nível ocorre tanto na razão tática quanto na razão estratégica de Granger. As suas divisões e as minhas não se justapõem de modo exato. Pouco importa, aliás. Eu falo não enquanto filósofo, mas enquanto prático da matemática.

O nível celular

JPC: Não me parece necessário fazer essas definições se encaixarem exatamente umas com as outras. Seria uma atitude muito redutora e intransigente, que eu recuso. Além disso, seria absurdo pensar que o cérebro se divide em compartimentos estanques. Contudo, parece haver uma boa dose de concordância. Deve-se salientar, no entanto, que essa subdivisão em níveis é uma operação efetiva de nosso cérebro de cientistas!
Estamos prontos para abordar as neurociências. Certos níveis se distinguem com muita facilidade, outros não. O mais simples é o da célula nervosa, do neurônio (ver Figura 17), com seus prolongamentos dendríticos que coletam os sinais com o corpo celular, e o axônio, que propaga o influxo nervoso a partir deste. Como você sabe, o conjunto de nosso encéfalo se compõe de cerca de cem bilhões de neurônios, o que é, de certo modo, um número elevado! Esses neurônios encontram-se ligados entre si por zonas de contato descontínuo, ou sinapses. Há em média por volta de dez mil por célula nervosa. Isto significa um número total de sinapses, em nosso cérebro, da ordem de 10^{15}. E uma cifra astronômica. O que isto evoca como nível de complexidade?

AC: E colossal, com efeito. Faz pensar no número de Avogadro, bem próximo (10^{23}).

JPC: O neurônio é o tijolo elementar, ou antes o azulejo, para empregar o termo mosaico. A sua função é relativamente fácil de definir: em geral, produzir influxos nervosos. Trata-se de impulsos elétricos cuja amplitude é de cerca de 100 milivolts, e cuja duração é da ordem do milésimo de segundo. Estes se propagam de um neurônio a outro, ao longo do axônio, em velocidades inferiores à velocidade do som, de 1 metro a 100 metros por segundo, sobre distâncias grandes, às vezes. No cérebro, os axônios podem atingir um centímetro, ou mesmo uma dezena de centímetros de

comprimento. No organismo, o axônio pode chegar à casa do metro, já que os neurônios motores da medula dorsal comandam os movimentos dos dedos do pé. Esses sinais são discretos, da ordem do tudo-ou-nada: propagam-se como isótropos (*solitons*), e veiculam o essencial da informação suscetível de ser transmitida pelo sistema nervoso central. São os "grãos de atividade" discretos, universais...

AC: Será que você não pode conservar também o componente químico e hormonal?

JPC: É claro, pois é sobre esse tema que trabalhamos há 20 anos. Esse componente químico é essencial para a transmissão de sinais através das conexões e na regulação de eficácia das conexões. Uma concepção do sistema nervoso na qual só interviessem potenciais de ações elétricas em uma rede de cabos seria demasiado rígida.

FIGURA 17 - Principais tipos de neurônios do córtex cerebral dos mamíferos. As células foram impregnadas com prata, e aparecem em negro opaco. As arborizações dendríticas, que coletam os sinais nervosos, podem ser reconhecidas por finos espinhos; o axônio é único, mas apresenta ramificações colaterais, com frequência perpendiculares a este. As flechas indicam o sentido da propagação dos sinais nervosos. A, B e C: células piramidais; D: célula de axônio ascendente; E: célula granular. (De acordo com Ramon, S. y Cajal. In: De Felipe, J., Jones, E. G. Cajal on the Cerebral Cortex. Oxford University Press, 1988).

AC: Ela seria um pouco redutora.

JPC: Os impulsos elétricos que circulam em nosso sistema nervoso são todos de mesma natureza. São idênticos na lula, na drosófila e no homem. Podem ser descritos pela mesma equação de Hodgkin & Huxley. Podem se engendrar de maneira autônoma, espontânea, pela célula nervosa, na ausência de interação com o mundo exterior. É o caso, em particular, quando sonhamos. Mas essa gênese de influxo nervoso pode igualmente ser provocada pelo contato com o ambiente. O sistema visual está sujeito a esses dois tipos de atividade. A luz, depois de ter tocado as células receptoras da retina, provoca a atividade elétrica das células ganglionárias cujos axônios formam o nervo óptico. Os impulsos elétricos caminham ao longo do nervo óptico, atingem a sua parte lateral, onde estimulam neurônios substitutos, que enviam sinais ao córtex cerebral, no nível da área visual. Há uma atividade provocada. Porém, nosso sistema visual é igualmente capaz de ter uma atividade

espontânea, em particular no feto, no qual, ao que tudo indica, ele serve para regular a maturação do sistema. Existe, portanto, ao mesmo tempo, uma gênese espontânea e uma gênese provocada de impulsos nervosos que são, é claro, indistintos, uma vez produzidos.
No âmbito do sistema, o "código" de sinalização associado a essas ondas propagadas é extremamente modesto. Além das ondas solitárias, notam-se correntes de impulsos que são bem regulares, quando não espaçadas no tempo de maneira bem definida, por exemplo, exponencial. Podem existir lufadas periódicas de impulsos... com uma regularidade de relógio. Mas não é um código "morse", contendo uma linguagem. De fato, a "semântica" se encontra no plano da anatomia das conexões. O estado de atividade define o recrutamento de um conjunto particular de neurônios no interior de uma rede bem mais complexa. Aparecerá uma espécie de "contraste" entre neurônios ativos e neurônios inativos, ou neurônios mais ativos que outros, ou entre neurônios de atividades correlatas entre si ou não. Tudo o que descrevi se situa no nível celular.

AC: Antes de irmos mais longe, uma questão de ordem geral. O que me chama a atenção, se olhamos apenas para as conexões elétricas, é que a voltagem tem uma velocidade bem menor do que a velocidade da luz, um pouco como um isótropo. A sua velocidade de propagação é da ordem daquela do som.

JPC: E até inferior a esta.

AC: Esse fenômeno para mim é um mistério. Eu gostaria um dia de compreender por que esse mecanismo pode ter um efeito positivo. Com efeito, a descoberta da supercondutividade a uma temperatura relativamente alta cria a esperança de fabricar computadores que funcionam mil vezes mais rápido do que os de hoje, graças à melhoria do sistema de propagação. Espero que se explique um dia por que a pouca velocidade de propagação da informação no cérebro e sua analogia com o isótropo desempenha um papel mais positivo do que negativo.

JPC: Não podemos dizer que essa velocidade tem um papel positivo ou negativo. É um fato. E preciso raciocinar de outro jeito, e adotar, de novo, um ponto de vista evolucionista. A organização celular, durante a evolução, desenvolveu-se nas bactérias, depois nas células ditas superiores, a partir dos elementos que estavam então disponíveis. E o motivo pelo qual François Jacob fala de colagem.[12] A partir desses elementos, constituiu-se uma membrana lipídica impermeável, com sistemas de transporte seletivos de íons Na+, K+, Ca++ depois criação de um gradiente eletroquímico e, enfim, gênese de um potencial de membrana. Esse potencial elétrico foi em seguida "explorado" para produzir um sinal que se propaga. Essa regra de propagação foi conservada e utilizada em sistemas bem mais complexos.
E verossímil que o influxo nervoso ou potencial de ação tenha surgido nos seres unicelulares muito primitivos. Sinais elétricos de tipo propagado são registrados, com efeito, em paramécios, ou em algas unicelulares. Nos organismos multicelulares mais complexos, de tipo "animais", algumas células se diferenciam, produzindo cabos que servem para comunicar, transmitir ordens a outras células. O sistema nervoso se desenvolve como centro de controle do organismo. A "pequena velocidade" da transferência de sinais no sistema nervoso é resultado de sua história evolutiva. Os organismos vivos primitivos não deviam dispor, para produzir sistemas de sinalização mais rápida, de elementos celulares que permitissem explorar as propriedades de supercondutividade da matéria.
Eu gostaria agora de voltar ao que você disse sobre a importância da química na sinalização neural.

Com efeito, não se deve conceber o sistema nervoso como uma máquina "rígida", puramente elétrica. A transferência de informações no interior do sistema nervoso comporta importantes possibilidades de regulação, que permitiram a aprendizagem, e que se situam no nível do próprio neurônio e da gênese dos impulsos, mas também, no nível das sinapses, no ponto de articulação entre células nervosas. Nesse nível, se as membranas das células presentes estão próximas o suficiente, o impulso elétrico pode passar diretamente de uma célula a outra. O mais frequente é que uma substância química, um neurotransmissor, a substitua. Esta se acumula na terminação nervosa, e a chegada do impulso nervoso desencadeia a sua liberação no espaço sináptico. Ali, ela se difunde rapidamente até a célula seguinte, onde se liga com *receptores* específicos e, nesse nível, provoca uma resposta elétrica devida à abertura de canais iônicos. Esses receptores, que estudamos bastante em meu laboratório,[13] são o alvo de agentes farmacológicos poderosos como o *curare,* o *LSD*, a *morfina*, o *valium* e... a *nicotina*. Eles se situam em um ponto crítico na transferência de informação entre células nervosas. É o motivo pelo qual Thierry Heidmann e eu mesmo[14] propusemos um modelo de regulação de eficácia da sinapse no nível desses receptores pós-sinápticos de neurotransmissores (ver Figura 18). Essas proteínas, que atravessam a membrana, são, com efeito, suscetíveis de existir sob diversas conformações reversíveis, possuindo eficácias de resposta diferentes. Elas podem passar de um estado a outro por meio de transmissões moleculares relativamente lentas. E estas podem ser regradas por sinais elétricos ou químicos, e mesmo por vários sinais ao mesmo tempo. Esses receptores são capazes, portanto, de integrar diversos sinais elementares, simultaneamente no espaço e no tempo. A um ponto tal, que essa propriedade interessou aos químicos, que pensam poder introduzir moléculas desse tipo nos computadores. Uma nova disciplina, aliás, está em vias de nascer: a "biônica". Até o momento, ela obteve poucos resultados. Mas pode-se sonhar com transistores, microcircuitos integrados... compostos de moléculas de receptores de alguns bilionésimos de metro!

Dos circuitos elementares aos objetos mentais

Consideremos agora o nível de organização imediatamente superior, o dos circuitos de neurônios (ver Figura 19). E evidente que os neurônios podem se reunir e se especializar em uma função particular, como os atos reflexos: os do caminhar, as primeiras etapas da visão... A retina, por exemplo, é uma rede bem complicada que, a partir de fótons capturados pelos fotorreceptores, elabora uma primeira representação do mundo externo. Um segundo nível, plenamente realizado nos invertebrados como a minhoca ou a lesma, fornece aquilo que os etólogos chamam de "atos fixos": bicar, voar, acasalar-se, capturar uma presa.

AC: Sem saber se inato ou adquirido, diz-se que é um segundo nível de organização.

JPC: É o dos *circuitos elementares* da medula dorsal, do tronco cerebral, dos "minicérebros". Pequenos conjuntos de neurônios, nos invertebrados, se reúnem em gânglios, que se encadeiam uns com os outros, de maneira repetitiva.
Vem em seguida um outro nível. Certos invertebrados, particularmente evoluídos, como os polvos, que possuem comportamentos bem próximos daqueles dos vertebrados, mas principalmente os vertebrados superiores e o homem constroem "representações". Os seus sistemas nervosos possuem a faculdade de reunir as células nervosas entre si, a fim de codificar, por exemplo, a conduta de um veículo, no caso de uma representação "motora". Porém, existem também representações de tipo

sensorial, representações mais "abstratas". Uma organização hierárquica é enxertada sobre uma organização paralela em múltiplos mapas neurais, aos quais já nos referimos.

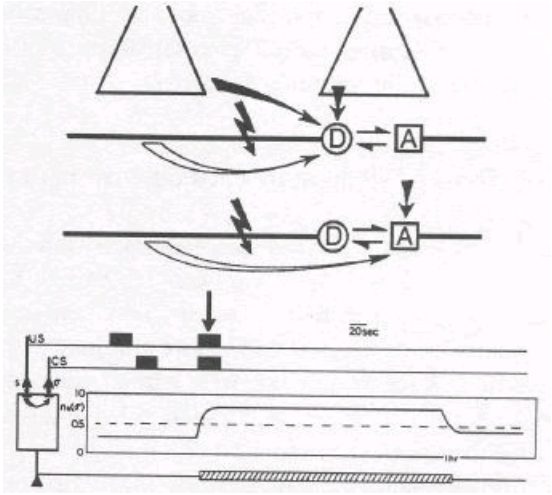


FIGURA 18 - Modelo molecular de regulação de eficácia de uma sinapse química por intermédio das transições de conformação de um receptor pós-sináptico.
O esquema de cima representa duas terminações nervosas (triângulos) em contato com a superfície de um mesmo neurônio (linha horizontal) contendo moléculas do receptor, que reconhece o neurotransmissor. Este pode existir sob duas formas interconvertíveis, uma mais eficaz na transferência de informações (A) do que a outra (D). Sinais químicos (neurotransmissores, neuropéptidos...) e/ou elétricos (flechas) produzidos pela sinapse da esquerda regulam a eficácia da sinapse da direita, quando eles afetam conjuntamente um dos dois estados do receptor pós-sináptico. Os seus efeitos relativos sobre A ou D aumentam (linha inferior) ou diminuem (linha superior) a eficácia da sinapse. O esquema de baixo mostra a evolução no tempo da eficácia de uma sinapse condicional (CS), designada por c quando sua estimulação é efetuada conjuntamente à da sinapse reguladora não condicional (US), designada s. A conjunção no tempo das duas estimulações (flechas) cria um aumento de eficácia (r|a(a)) que persiste por vários minutos (traço hachurado). De acordo Heidmann, T., Changeux, J.-P., op. cit, 1982 e Changeux, J.-P., Heidmann, T., op. cit, 1987.

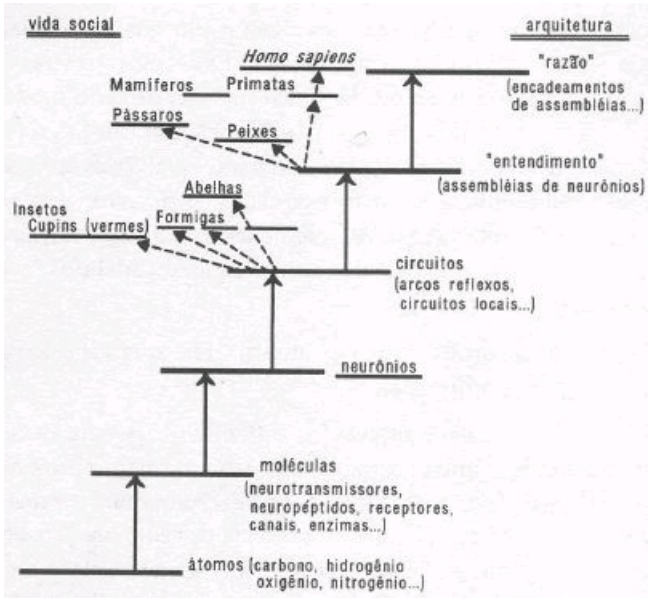


FIGURA 19 - Níveis de organização no sistema nervoso.

As bases neurais do "código" envolvido por essas representações foram estudadas, bem detalhadamente, por Georgopoulos,[15] no caso da indicação manual do macaco acordado. Georgopoulos registrou a atividade individual de várias centenas de neurônios do córtex motor enquanto o macaco apontava sua mão em uma direção definida. Esse autor tentou definir como esse programa motor era codificado (ou "representado") no nível da população de neurônios registrados. Ele pôde mostrar que cada célula dessa população apresenta uma atividade máxima quando o macaco aponta a mão em uma direção particular, ou direção preferida, que assinala sua especificidade (ver Figura 20). Para cada neurônio, define-se um vetor, cuja orientação corresponde à direção preferida, e o comprimento, à atividade desse neurônio quando o macaco aponta a mão em

uma direção definida. Esse comprimento varia quando a direção da mão muda. Corresponde, de certo modo, ao "voto" desse neurônio, durante a codificação da direção da mão pelo conjunto da população. A direção para a qual o macaco aponta é de fato representada, com menos de 10% de erro, pela soma vetorial desse vetores "neurais" elementares. O vetor de direção dessa indicação da mão coincide com a soma vetorial dos "votos" da população de neurônios.

AC: Com a adição? E extraordinário. Há uma representação cartesiana, por coordenadas...!

JPC: Sim, mediante atividades individuais. A soma vetorial dessas atividades "microscópicas" corresponde bem aproximadamente à direção "macroscópica" da indicação manual do macaco. Existe uma codificação por uma assembleia de neurônios (ver Figura 21). A um certo nível de complexidade do sistema nervoso central, organizam-se "representações" ou "objetos mentais"16 que podemos definir ao mesmo tempo pelo estado de atividade dos neurônios da população e pelo gráfico desses neurônios. Cada neurônio da população difere de seu vizinho. Cada um possui uma especificidade funcional no interior desse conjunto, uma individualidade, uma "singularidade".

AC: Você dizia que era importante que o polvo pudesse adquirir isso. Ele não o possuía de maneira inata.

JPC: E preciso separar os problemas. No momento, tento definir os níveis de organização, e ainda não fiz isso.
Chegamos portanto ao nível que poderia ser chamado de simbólico, ou entendimento. Nesse nível de organização, pode-se definir representações mentais em termos físicos. Em um nível superior, que eu chamo de nível da razão, formam-se cadeias de representações. "Assembleias de assembleias" se desenvolvem no tempo. A temporalidade é de extrema importância, e não falamos o suficiente a respeito.

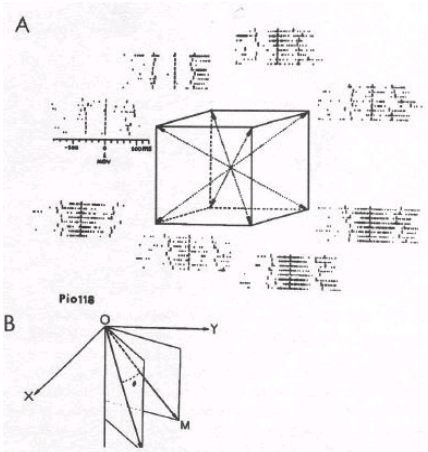


FIGURA 20 - Estados de atividade de um mesmo neurônio do córtex motor do macaco acordado quando este tenta atingir com sua mão um alvo sucessivamente situado em oito direções do espaço de três dimensões, aqui representados por flechas. A) A atividade elétrica registrada é figurada por pequenas barras verticais que correspondem cada uma a um influxo nervoso. Cada linha superposta corresponde a uma tentativa diferente do macaco. A linha vertical comum a todos os registros (Mov) indica o início do movimento. O exame do conjunto dos registros mostra que esse neurônio responde de maneira ótima (pequenas barras bem aproximadas) quando o macaco aponta sua mão em uma direção privilegiada: aqui, para "4 horas e 30" no plano da figura. B) A amplitude da resposta (a frequência da descarga) quando o macaco aponta a mão em uma dada direção (M) é uma função linear do co-seno do ângulo formado entre a direção do movimento e a direção preferida (C) do neurônio. Essa amplitude constitui o "imposto" pago pelo neurônio na codificação do movimento pelo conjunto da população (De acordo com Georgo- poulos, A. P. Neural Interpretation of Mouvement: Role of Motor Córtex in Reaching. Faseb, J., v.13, p. 2849-57,1988.).

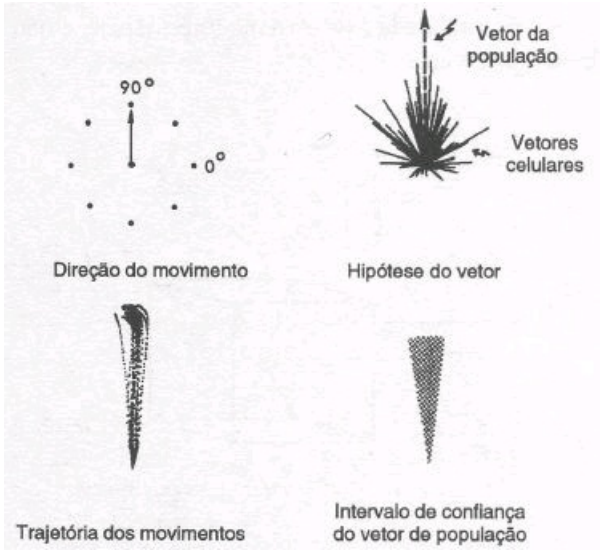


FIGURA 21 - Codificação por uma população de neurônios do córtex motor da direção do movimento, aqui, para meio-dia (90°), em uma superfície de trabalho de duas dimensões. Um macaco bem treinado realiza uma família de trajetórias de movimento bem cerrada. Seguindo a hipótese do vetor, a soma dos "votos" de cada neurônio registrado (241 células no total), ou vetores celulares aqui representados por um traço contínuo, fornece um vetor de população (traço descontínuo) que se acha orientado na direção do movimento, com um intervalo de confiança de 99% (De acordo com Georgopoulos, A. P., op. cit, 1988).

Em nosso encéfalo, o domínio mais anterior do cérebro, o córtex frontal (ver Figura 22) parece estar envolvido de uma maneira definida nessa função. Para tentar ilustrá-lo, citarei um exemplo tirado de trabalhos de pesquisa clínica efetuados sobre pacientes que sofriam de lesões do lobo frontal. O mais clássico é o da resposta ao teste de Milner & Pétridès,[17] para o qual um modelo neural acaba de ser proposto.[18] O examinador pede ao sujeito para classificar um conjunto de cartas de acordo com uma regra definida. Por exemplo, a identidade da cor. Três cartas são vermelhas, a quarta deve ser igualmente, se não o examinador assinala o erro. Continua-se com três cartas, também vermelhas, o sujeito escolhe uma carta vermelha. Ele segue sempre a mesma regra. De repente, sem prevenir o sujeito, o examinador muda de estratégia. A regra incidirá, por exemplo, sobre o número das figuras: somente ases... O sujeito de início cometerá erros e continuará selecionando cartas vermelhas, o que o examinador lhe aponta. Depois de um certo número de erros, o sujeito normal se dá conta da mudança de estratégia. O doente que sofre de uma lesão do córtex frontal não se dá conta. Ele persevera no erro. Segundo Milner & Pétridès, o sujeito doente não formula as hipóteses que lhe permitem progredir na resposta ao teste. Ele perdeu uma função muito elementar, mas característica, do nível da razão.

AC: Isto provém, portanto, de um lugar preciso.

JPC: Sim. No início, o sujeito apresenta perturbações neurológicas, por exemplo, depois de um acidente vascular. Ele consulta um neurologista, que examina o seu cérebro por escanografia. Domínios precisos do lobo frontal apresentam lesões. O doente pode então ser submetido a testes que permitem definir os déficits funcionais associados a essas lesões. De modo inverso, o neurologista pode, ao examinar um paciente, constatar respostas anormais a um teste particular, e diagnosticar uma lesão frontal, que se confirmará depois por meio da escanografia. Logo, o lobo frontal contribui, de algum modo, ao que eu chamo de *arquiteturas neurais da razão.*[19] O neuropsicólogo inglês Shallice[20] fez essa distinção. Ele separa o que chama de funções "de rotina" das funções de "supervisão atenta", que, segundo ele, participam da detecção de erros, da formulação de novas hipóteses, da intervenção de novas estratégias. É razoável considerar, então, que existem áreas de nosso encéfalo que participam da elaboração do pensamento racional. Fato

notável, que apoia essa conclusão, o lobo frontal aumenta sua superfície relativa em relação ao resto do neocórtex ao longo da evolução, e aumenta de maneira considerável do rato ao macaco e do macaco ao homem.

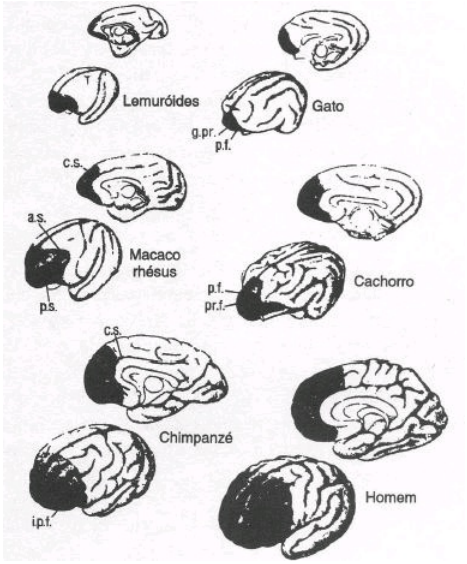


FIGURA 22 - Evolução da superfície relativa do córtex pré-frontal (negrito) nos mamíferos. Dos mamíferos primitivos ao *Homo sapiens*, a superfície relativa do córtex pré-frontal aumenta. Ela é de 3,5% no gato, 7% no cachorro, 8,5% nos lemuróides, 11 % no macaco, 17% no chimpanzé e 29% no Homo sapiens. Sulcos e fissuras servem de referência para delimitar o córtex pré-frontal de uma espécie a outra: pf = fissura pré-silvícola, ipf = fissura pré-central inferior (De acordo com Fuster,]., *The Prefrontal* Córtex. New York: Raven Press, 1980).

AC: Isto corresponde exatamente à minha descrição do segundo nível.

JPC: Nesse caso preciso, sim. Mas talvez seja também o terceiro nível, ainda que os testes em questão não deixem isso muito claro.

AC: É preciso manter uma separação entre o segundo e o terceiro nível. As observações que você fez sobre o lobo frontal que correspondem às funções do segundo nível me convenceram. Quanto ao terceiro, não sei.

JPC: O lobo frontal tem um papel importante na gênese de hipóteses. As hipóteses suscitadas pelo jogo de cartas de Milner & Pétridès são bem rudimentares. É provável que haja, em seu nível, gênese de hipóteses bem mais complexas, mas será muito difícil evidenciá-lo. Para descobri-lo, seria preciso ter posto o cérebro de Arquimedes na frente de uma câmera com uma posição algumas frações de segundo antes que ele gritasse: "Eureca"!

Neuropsicologia da matemática

JPC: Conforme as distinções de níveis de organização nas funções do cérebro, lesões localizadas do encéfalo permitem "dissecar" as faculdade matemáticas. Hécaen,21 que você talvez tenha conhecido, e que foi um grande neuropsicólogo francês, distinguia várias categorias de deficiências.
No caso da "alexia e/ou agrafia dos números", o sujeito não lê mais e não escreve mais os números, mas pode conservar o uso das letras. Hécaen conseguiu mostrar que o hemisfério esquerdo, e mais particularmente o lobo parietal do hemisfério esquerdo, intervém na leitura e na escrita dos números.
Os pacientes sujeitos a uma "acalculia de tipo espacial" têm dificuldades em alinhar os números. Esta deficiência, tudo indica, está relacionada com um sistema de verificação visual-motor que

permite, ao mesmo tempo, ler e ordenar os números. Neste caso, de preferência, é o hemisfério direito que intervém no comando dos movimentos do olho.
Uma terceira deficiência se chama "anaritmetia". E uma deficiência relacionada ao cálculo. O paciente não consegue mais efetuar cálculos, independentemente do feto de que pode lê-los, escrevê-los e dispô-los de modo correto. Trata-se, em todos os casos, de deficiências ligadas ao primeiro nível ao qual nos referíamos.
Luria, aliás, fez uma subdivisão interessante. Ele considera que o conjunto dessas deficiências tem relação com o domínio parietooccipital do córtex. Ele as distingue daquelas que afetam o lobo temporal, e acarretam perturbações da memória. Lesões desse tipo fazem que o sujeito não retenha aquilo que ele esteja fazendo. Ele não consegue mais seguir o fio condutor de seus cálculos.
Os portadores de síndromes frontais apresentam perturbações de outra natureza. Não percebem mais o problema que eles têm de resolver. Perdem o fio, não conseguem ter um raciocínio sequencial, fornecem respostas impulsivas, um pouco ao acaso, e perseveram no seu erro. O encadeamento de subtrações sucessivas é utilizado como teste, entre muitos outros, para detectar lesões frontais. Assim, pode-se considerar que o lobo frontal intervém no encadeamento de operações matemáticas, na resolução de problemas e mesmo na proposição destes. Ele parece então participar do segundo e do terceiro níveis.

AC: Não realmente do terceiro.

JPC: Os testes que são utilizados são, por motivo de necessidade, elementares.

AC: Mas não se pode efetuar testes para o terceiro nível.

JPC: Por quê? Seria preciso que você imaginasse um que fosse utilizável por não-matemáticos. Um outro teste empregado com os portadores de síndrome frontal consiste em ler para eles, e depois fazê-los contar uma história. Lê-se para eles, por exemplo, *O chapeuzinho vermelho* (Lhermitte) ou *O galo de ouro* (Luria), e em seguida pede-se a eles que reconstituam a história.

AC: Permanecemos no segundo nível, nesse caso.

JPC: Não, elementos da história são reconstituídos, mas o conjunto é incoerente. O fim vem antes do começo, os episódios são misturados...

AC: É da ordem da organização, não ainda da imaginação.

JPC: É verdade. Mas descubra para mim um teste objetivo de imaginação. Os neuropsicólogos ficarão maravilhados.

AC: Não sei. Mas gostaria de te colocar uma questão: diz-se com muita frequência que os matemáticos perdem sua criatividade ao envelhecer. É um fenômeno bastante conhecido. O que você pensa a respeito?

JPC: O córtex frontal é sujeito a envelhecimento relativamente rápido, em particular no mal de Alzheimer. As pessoas que são atingidas por ele podem de fato perder rapidamente a faculdade de

cálculo e a memória. Que percam sua criatividade científica, é verossímil também...

AC: Deve ser possível distinguir com maior precisão o terceiro nível do segundo...

JPC: É particularmente difícil no âmbito das operações habituais. O portador de síndrome frontal, tal como o descrevem Lhermitte et al.,[22] é um doente que "adere ao ambiente". Cada vez que lhe dão um objeto, ele o utiliza. Colocam-no em presença de uma caneta, ele a emprega. Óculos, ele os põe sobre o nariz. Um martelo, ele fixa um prego. Está em contato direto com o mundo externo, conservando o uso das palavras. Ele efetua normalmente as atividades rotineiras, mas não consegue resolver os problemas que se apresentam em situações novas, nem elaborar "planos" a longo prazo. O imprevisto é um obstáculo considerável para um sujeito afetado por certas lesões frontais.

A transição de um nível a outro por meio de variação-seleção

JPC: Uma nova questão permitirá, acredito, que especifiquemos a distinção entre o segundo e o terceiro níveis. Como se passa de um para o outro? A tese que venho desenvolvendo há vários anos,[23] e que foi igualmente evocada por outros autores,[24] constitui uma espécie de "darwinismo generalizado", ou "epistemologia evolucionista"[25] (ver Figura 23), aplicado à transição de um nível ao outro, qualquer que seja esse nível. A ideia é que a transição de um determinado nível ao nível seguinte requer dois componentes fundamentais: um gerador de diversidade e um sistema de seleção. Em um dado nível, os elementos se recombinam entre si, variam de maneira aleatória e elaboram "formas" transitórias que se devem ao nível de organização imediatamente superior. Essas formas se engendram a partir de elementos já estruturados, logo, não necessariamente a partir de átomos. Há portanto uma produção de "variações" que podem transitoriamente ter acesso a um nível superior de organização. Um mecanismo de seleção estabiliza em seguida alguns de seus estados transitórios, e desse modo engendram um nível de organização mais elevado.

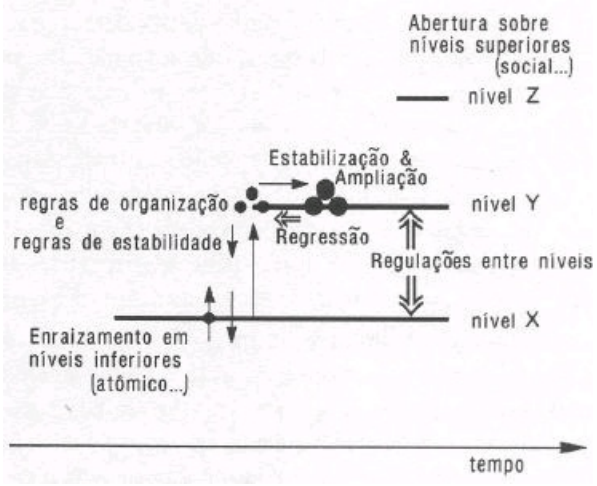


FIGURA 23 - Darwinismo generalizado.

AC: Qual é esse mecanismo de seleção?

JPC: O modelo geral é do tipo:

matéria -----→ forma ---→ função
(variações) (estabilização)

A função age de maneira retroativa sobre a transição "matéria- forma". O critério de seleção liga-se portanto à "nova" função determinada por uma forma transitória produzida pelo gerador de diversidade. Se essa nova função corresponde a uma ação sobre o mundo exterior que favorece a sobrevivência do organismo, ela é selecionada.

AC: No interior do cérebro ou no exterior?

JPC: Tentei primeiramente apresentar um modelo formal bem geral, que espero seja válido, qualquer que seja o nível de organização considerado no estado inicial. Tentemos agora aplicá-lo. O caso mais simples e mais conhecido é o da evolução das espécies. O gerador de diversidade se situa rio nível do genoma, do ADN cromossômico. As variações "darwinianas" - mutações, recombinações, duplicações gênicas, transferência de material cromossômico - são eventos aleatórios, mas raros, que acarretam, secundariamente, modificações de "fenótipo" do organismo, que podem acompanhar-se de uma "adaptação" a condições de ambiente particulares. A segregação de combinações genéticas particulares pode também produzir-se, sem que uma seleção intervenha, em consequência de um isolamento geográfico: é o que chamamos de evolução não darwiniana, mas não aprecio muito a expressão. Alguns elementos "neutros" se mantêm, ao passo que outros desaparecem.
O sistema nervoso é um órgão entre outros. Porém, ele goza de um estatuto particular. As conexões entre células nervosas, as sinapses, não se formam de uma só vez, mas em seguida a um longo e complexo processo de desenvolvimento, que prossegue no homem até a puberdade. Este encontra-se sujeito, portanto, a uma evolução interna ao organismo. Distinguimos, com efeito, dois tipos, pelo menos, de evolução interna: uma evolução do número de conexões, que ocorre durante o desenvolvimento, e uma evolução da eficácia das conexões entre os neurônios, e logo de seu estado de atividade, o que é bem mais simples do que a mudança de conectividade.
Consideremos, inicialmente, o primeiro tipo de evolução, a evolução por "epigênese", que ocorre durante o desenvolvimento embrionário e pós-natal da organização cerebral. No início, o determinismo genético muito profundo da organização cerebral implica que o cérebro do homem permanece sendo o do homem, e se distingue daquele do macaco. Os genes que intervêm nesse desenvolvimento estão sendo estudados nos vertebrados. Foram objeto de importantes pesquisas na drosófila que, ainda que se trate de uma mosca, possui, como nós, uma cabeça, um tórax, um abdômen e patas. Alguns dos determinantes genéticos que fixam as coordenadas cartesianas do embrião (cabeça-cauda, costas-ventre) foram recentemente identificados:26 os que regulam a segmentação do corpo (o fato de que o corpo seja formado de segmentos sucessivos, algo como uma minhoca), e, enfim, aqueles que determinam a identidade de um segmento (cefálico com antenas e mandíbulas; toráxico com asas, patas; abdominal com órgãos genitais etc.). Esses três conjuntos de gens se exprimem de maneira diferencial e sequencial durante o desenvolvimento embrionário e pós-natal. Dessa imbricação de expressões genéticas resulta um organismo que possui uma arquitetura de conjunto, um plano de organização que é o mesmo, ou que é muito próximo, de um indivíduo a outro no interior de uma mesma espécie.
É legítimo sugerir que a expansão do córtex frontal, que se verifica nos mamíferos, do camundongo ao homem, acha-se submetida ao controle de alguns desses gens. Seu número é provavelmente pouco elevado. O ADN do chimpanzé, de fato, apresenta 99% de identidade com o ADN do homem. Pode-se conceber que, se alguns desses gens permanecem ativos um pouco mais de tempo na parte anterior do esboço embrionário do encéfalo, seguir-se-á um aumento diferencial da superfície do córtex

frontal. A organização conjunta de nosso encéfalo, o essencial de nossa arquitetura cerebral, acha-se submetida ao poder dos gens.

Contudo, o poder dos gens possui limites. Como evidenciá-los? Pode-se, de início, comparar a conectividade de um mesmo neurônio identificável por sua forma e posição em dois indivíduos idênticos do ponto de vista genético, em dois *verdadeiros* gêmeos. A experiência foi realizada por Levinthal et al.[27] em um crustáceo partenogenético, a *dafnia*, uma pulga aquática que possui um sistema nervoso simplificado, composto de um número fixo de neurônios, todos dispostos da mesma maneira, ou quase, no espaço. Por partenogênese, obtém-se com facilidade vários indivíduos geneticamente idênticos, chamados de "isogênicos". Basta então cortá-los em tiras finas, examiná-los e comparar em cada um desses indivíduos a arborização do axônio completo de um mesmo neurônio, no microscópio eletrônico. Constata-se então que, se as grandes linhas da conectividade são conservadas, no detalhe, no nível da distribuição dos contatos sinápticos, aparece uma variância.

Segunda "prova": o estudo da evolução da conectividade cerebral em função da experiência. Submete-se um gatinho, ou um macaco recém-nascido, durante um período sensível que se segue ao nascimento, a ambientes visuais artificiais diferentes dos ambientes nos quais eles se desenvolvem naturalmente. Resultado: no adulto, a especialização funcional de neurônios individuais do córtex visual (especificidade de orientação, binocularidade...) é fortemente perturbada, na maior parte das vezes de maneira irreversível. No homem, semelhantes "experiências" ocorrem espontaneamente quando o recém-nascido tem, por exemplo, catarata. A opacidade do cristalino nos estágios precoces do desenvolvimento acarreta uma deficiência visual, ou mesmo uma cegueira, que persiste após a operação da catarata (se esta é efetuada após o período sensível), situa-se portanto no nível do córtex cerebral. Tais experiências, entre muitas outras, sugerem que a *atividade* do sistema nervoso, ao longo de seu desenvolvimento, controla o "aprimoramento" da conectividade adulta. Philippe Courèges, Antoine Danchin e eu28 propusemos um modelo formal da evolução da conectividade de um sistema de neurônios em desenvolvimento, seguindo um esquema darwiniano. Conforme a esse modelo, a estrutura do material genético não muda, donde a sua classificação como "epigênese" por estabilização seletiva de sinapses. A ideia é que os determinantes genéticos envolvidos no reconhecimento entre neurônios individuais fazendo parte de dois grupos de parceiros celulares são os mesmos, ou são muito próximos. Bastam portanto poucos gens para codificar essa propriedade de reconhecimento. Num certo estágio crítico, ou período sensível, do desenvolvimento, esses dois conjuntos de neurônios entram em contato. Não se trata de contatos definidos entre um neurônio x do primeiro grupo com o neurônio y do segundo, mas de uma "tomada de contato" exuberante, difusa, múltipla e galopante. Uma considerável diversidade de conexões se manifesta nesse estágio. O gerador de "variações darwinianas" entra em ação! Segue-se um processo de afinação, que permite aprimorar, por meio da estabilização de certas conexões e da eliminação das outras, a conectividade adulta. Esse modelo permite simular situações de aprendizado simples, mas também as situações mais complexas que se apresentam durante o desenvolvimento, em particular no homem. Neste, sucessivas ondas de formação e de seleção de sinapses se seguem, depõem-se, encaixam-se umas com as outras, por intermédio de fluxos e refluxos sucessivos... por muito tempo ainda depois do nascimento. E preciso, naturalmente, especificar as coerções biológicas que conduzem à seleção de uma conexão em detrimento de outra. Essas regras de seleção devem levar em conta o organismo em seu conjunto, em interação com o mundo exterior.

AC: Mas por que todas essas conexões, já que elas existem, não são utilizadas? Deveriam sê-lo. O que explica a seleção?

JPC: A atividade que circula no sistema contribui para a modelagem do estado finito da rede. E, precisamente, ela não é *exatamente* idêntica para cada neurônio. No modelo proposto, regras locais de evolução determinam a evolução de uma dada sinapse em razão de seu estado de atividade próprio, e daquele da célula sobre a qual ela se projeta. Por exemplo, como já tive oportunidade de mencionar, a coincidência entre as duas células em contato pode acarretar a estabilização desse contato. A aprendizagem conduz a uma nova relação entrada/saída. Depois da aprendizagem, a mesma entrada produz sempre a mesma saída, ao passo que antes da aprendizagem, várias saídas são possíveis, de uma experiência a outra.

Esse modelo formal possui uma propriedade matemática interessante, que pode ser formulada sob o nome de teorema da *variabilidade*. Ele mostra que se pode obter a mesma relação entrada/saída pós-aprendizagem, mesmo se a seleção reteve conectividades diferentes. O que corrobora as observações de variância da conectividade à qual me referi há pouco. Sabe-se também que, na maioria das pessoas, os centros da linguagem acham-se distribuídos no hemisfério esquerdo, em outras, em ambos os hemisférios. Mas ninguém consegue distingui-los em virtude da linguagem empregada por umas e por outras. O fenótipo neural, a despeito de uma notável similitude de funções, varia consideravelmente. Chegamos assim a uma conclusão de extrema utilidade para nosso debate. Os matemáticos, a despeito das diferenças de detalhe importantes de sua organização cerebral, conseguem apreender com seus cérebros objetos matemáticos idênticos.

Depois de ter evocado o darwinismo neural da evolução da conectividade, abordemos agora uma outra evolução, de nível mais elevado, e que podemos qualificar de darwinismo mental,29 ou darwinismo psicológico.30 O darwinismo neural se manifesta principalmente ao longo do desenvolvimento da primeira infância, ou da vida embrionária. O embrião está ativo, apresenta uma atividade espontânea que pode intervir na seleção "interna" das sinapses que asseguram a coordenação entre os diversos centros nervosos. Quanto ao darwinismo mental, este concerne principalmente ao cérebro adulto, tanto no nível do entendimento quanto no da razão. Na escala do tempo psicológico, ele produz antes modificações de eficácia sináptica, do que uma evolução do número de conexões. As unidades de seleção não são mais simplesmente conexões, circuitos elementares, mas assembleias de neurônios suscetíveis de entrar em atividade de maneira coordenada. Elas se recrutam entre os elementos já selecionados ao longo do desenvolvimento por darwinismo neural. O gerador de diversidade não resulta mais da variabilidade das conexões durante o desenvolvimento, mas da entrada em atividade, espontânea e transitória, de assembleias de neurônios, daquilo que chamamos de "pré-representações". Desenvolve-se então uma atividade combinatória, que antecipa a interação com o mundo exterior. Duas possibilidades se apresentam: existe uma "congruência", "ressonância" entre o estado interno do sistema e o estado externo, e a pré-representação está estabilizada, armazenada na rede; ou então, não há ressonância, e nenhuma memorização ocorre. Essa memorização modifica as eficácias sináptácas que irão armazenar uma certa configuração do sistema.

O encadeamento das representações mentais evocadas, pela razão, no "compartimento de trabalho" da memória a curto prazo procede de um darwinismo mental similar. Esse modelo se aplica ao trabalho do matemático? Pode-se imaginar que, durante o período de "incubação", representações variadas dos objetos matemáticos se sucedem de maneira transitória, encadeando-se um pouco ao acaso. Depois, uma espécie de seleção interna por ressonância tem lugar entre representações ou pré-representações. Tal seleção desemboca em um "objeto-resultado" que concorda com o problema colocado, com "a intenção" à qual deve ser trazida uma resposta. No estágio em que nos

encontramos, não acho que essas ideias ainda muito esquemáticas possam ser apresentadas sob uma forma mais precisa.

Stanislas Dehaene, Jean-Pierre Nadai e eu[31] elaboramos um modelo ainda bem elementar de rede de neurônios dispostos em camadas sucessivas, que é capaz de reconhecer sequências, melodias, memorizá-las e, eventualmente, produzi-las. Esse modelo explica satisfatoriamente o aprendizado do canto por alguns pássaros (ver Figura 24). Penso que um dia será possível elaborar modelos detalhados de certas etapas do desenvolvimento do pensamento.

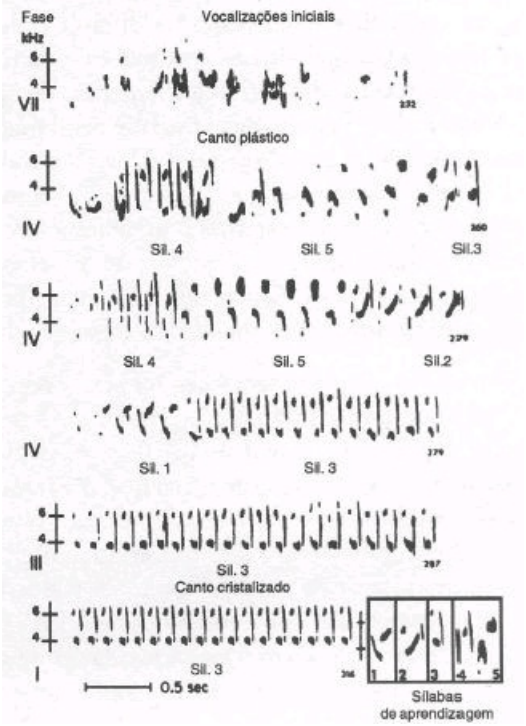


FIGURA 24a - O aprendizado do canto no pardal do pântano. Os traços representam a frequência de seu produto em razão do tempo. As sílabas de aprendizagem são representadas em baixo, à direita. O jovem pássaro as ouve e memoriza nos dias 22 e 62 depois da saída do ovo. Cerca de 200 dias mais tarde, o passarinho produz suas primeiras vocalizações. Elas se reagrupam em sílabas que reproduzem as sílabas de aprendizagem ouvidas 7 meses antes. Apenas a sílaba n.3 persiste no canto do adulto. A cristalização do canto se acompanha de uma perda de sílabas (ou atrito silábico) que mostra o caráter "selecionista" da aprendizagem (Conforme Marler, P., Peters, S. Subsong and plastic song: their role in the vocal learning process. In: Kroodsma, D. E., Miller, E. H. (Ed.) Accustic comunication in birds, 1982, v.2, p.25-50).

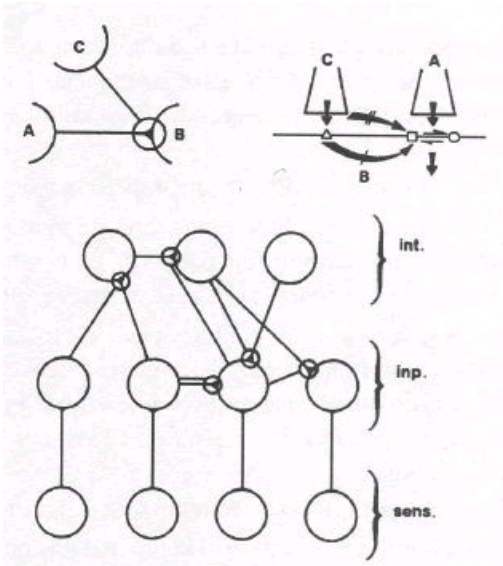


FIGURA 24b - Rede de neurônios formais suscetíveis de reconhecer, produzir e memorizar por seleção sequências temporais de "representações". Sua arquitetura é bem simples: 3 camadas de neurônios (sensoriais (sens.), de entrada (inp.) e interno (int.)) subdivididos em grupos de neurônios auto excitadores (círculos) codificados para as "representações"; enfim, os neurônios são reunidos entre si por meio de sinapses em tríades ABC, cuja eficácia é quimicamente modulável. Para maiores detalhes, ver Dehaene, S. et al., op. ciL, 1987.

Darwinismo mental e criação matemática

JPC: Proponho que você considere que certas formas da atividade mental do matemático, como do pensamento em geral, seguem uma espécie de evolução darwiniana...

AC: Poderíamos de igual modo formar a hipótese da dualidade entre o processo aleatório do darwinismo e a minha crença na existência independente de uma realidade matemática bruta. A sua coerência e harmonia são o antídoto para o aleatório. Vários raciocínios relativamente aleatórios desembocando no mesmo resultado indicam que se está em uma boa direção. No terceiro nível, a inexplicável coerência da realidade matemática permite precisamente, a meu ver, que diversas assembleias independentes de neurônios só entrem em ressonância quando estiverem em harmonia.

JPC: Sim, é a combinatória das pré-representações.

AC: É preciso ter postulado que existe, de maneira independente do cérebro, um mundo cuja coerência pode ser apreendida, talvez, por meio da ressonância dos mecanismos aleatórios.

JPC: Eu ia sugerir a você uma ideia desse estilo. Caminhemos um pouco mais na definição dos objetos matemáticos como objetos mentais, e vamos considerá-los a princípio como representações mentais de caráter privado, como estados físicos, observáveis com uma câmera de pósitons.[32]

AC: Em si, uma representação mental não significa nada...

JPC: Ela assume um "sentido" explícito assim que é comunicada. Os objetos matemáticos, com efeito, são representações mentais que possuem a propriedade essencial de serem comunicáveis de um indivíduo a outro, diferentemente dos estados "inefáveis" dos grandes místicos ou dos loucos. Eles se tomam representações públicas. Os objetos matemáticos são transmissíveis, de maneira "rigorosamente exata", de um cérebro a outro, e são manipuláveis, de modo comparável, por indivíduos distintos tanto do ponto de vista genético quanto epigenético.
Alguns antropólogos, como Sperber,33 distinguem vários tipos de representações públicas. Representações de "primeira ordem", que exprimem, por exemplo, que o pão é comestível, que o leão é perigoso, que as plantas são verdes. Elas estão gravadas na memória de longo prazo, e excluem toda inconsistência empírica, ou toda contradição entre elas. Ainda que factuais, elas possuem valor de universalidade, uma vez que foram verificadas por todo mundo. Para Sperber, as representações de segunda ordem são "representações de representações", relações entre fetos e estados mentais, ou entre estados mentais intersubjetivos. Ele os divide em dois: as crenças e os modelos científicos. Acrescentarei um terceiro: o das representações artísticas.[34]
As crenças são, por definição, variáveis. São, contudo, transmitidas de maneira *autoritária* como verdades, o que é, como diz Sperber, uma permanente provocação contra o senso comum. Ao lado das crenças, desenvolvem-se as hipóteses, os modelos científicos ou ainda os objetos matemáticos, que se definem por seu caráter coerente, não ambíguo, não contraditório, preditivo e gerativo. Além de sua adequação ao real, por falsificáveis e eventualmente revisáveis, eles se opõem às crenças, intocáveis em um *corpus* teológico! Essas crenças seguem sim uma evolução que pode se interpretar em termos darwinianos, mas se distingue da dos objetos matemáticos. Eis definidos, portanto, os traços próprios aos objetos matemáticos, enquanto representações públicas de segunda ordem,

enquanto representações científicas tão decantadas, tão "puras" quanto possível.
O componente emocional parece bem mais importante que o componente racional na seleção e na propagação das crenças. O que ocorre no que se refere à seleção dos objetos matemáticos? Entre as etapas do trabalho do matemático, você citou a iluminação que se produz após uma fase de incubação, por ocasião da qual a combinatória darwiniana coincide com uma entrada em ressonância de representações mentais entre si. Ora, o córtex frontal, onde essa ressonância provavelmente ocorreu, liga-se de modo bastante direto ao sistema límbico, envolvido por sua vez nos estados emocionais (ver Figura 25). Nosso córtex frontal não somente elabora estratégias cognitivas, como é capaz também, por meio de conexões muito ricas entre o córtex frontal e o sistema límbico (ver Figura 26), de desenvolver estratégias emocionais. Penso que o matemático também deve desenvolver, ao mesmo tempo que suas estratégias racionais, estratégias emocionais que lhe fazem esperar alcançar o resultado. Quando da iluminação, as ressonâncias escorrem do córtex frontal até o sistema límbico, de modo que se poderia até dizer que o estado emocional contribui para a avaliação...

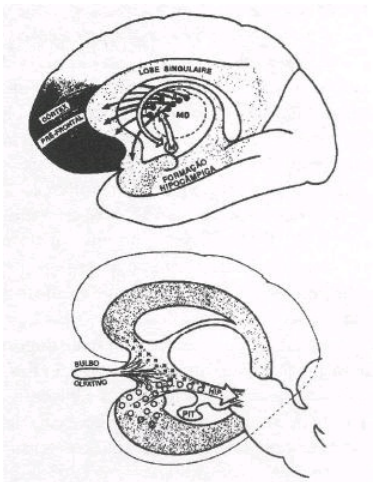


FIGURA 25 - Sistema límbico e prazer. Representação muito esquemática do sistema límbico e de sua organização em circuito, descrita pela primeira vez por Papez. Compõe-se, em particular, do hipocampo, que recebe informações do neocórtex, do hipotálamo (Hip), cujos corpos mamilares (M) fazem parte dos núcleos anteriores (A) e posterior do tálamo (MD). Estes se projetam respectivamente sobre o córtex pré-frontal e o lobo cingular, cuja forma circular se assemelha a um "limbo", donde o nome de "grande lobo límbico" atribuído por Broca.
O estímulo elétrico de pontos precisos do sistema límbico acarreta uma conduta de auto estimulação e portanto uma sensação de prazer. As flechas oblíquas indicam uma resposta manifestada por uma ereção do pênis no macho (conforme Mac Lean. A Triune Concept of the Brain and Behavior. University of Toronto Press, 1973).

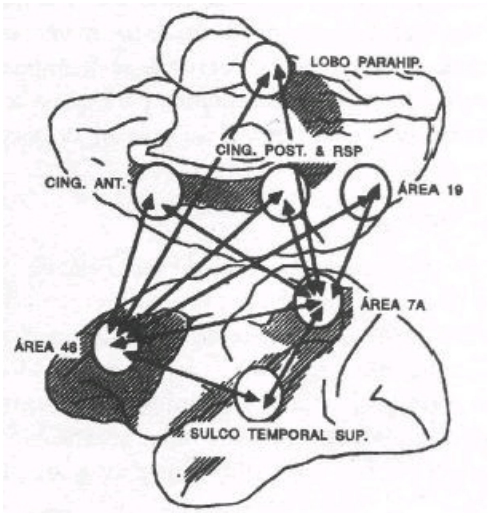


FIGURA 26 - Rede de conexões anatômicas estabelecidas no macaco entre o lobo frontal (área 46), o lobo temporal (sulco temporal superior) e o lobo parietal (área 7A) com o sistema límbico (lobo cingular anterior (cing. ant), lobo cingular posterior (cing. post.) e lobo parahipocâmpico (lob. parahip.) no macaco. A parte de baixo da figura representa a face externa do hemisfério esquerdo, a parte de cima, sua face interna. O sistema límbico está presente, essencialmente, sobre a face interna dos hemisférios cerebrais, na parte mediana do cérebro. As conexões recíprocas neocórtex/sis- tema límbico asseguram o vínculo entre cognição e emoção (Conforme

Goldman- Rakic, P. Topography of Cognition: Parallel distributed networks in primate association cortex. *Ann. Rev. Neurose.*, n.ll, p. 137-56, 1988).

AC: De fato. E é muito importante.

JPC: Essa *função de avaliação*, suscetível de reconhecer uma "harmonia" entre o sujeito e seu ambiente, ou "uma harmonia" interior entre várias representações, pode ser interpretada como um sistema de prazer, ou como um sistema de alarme.[35]
Enfim, seria preciso distinguir as condições nas quais a iluminação se produz e as de sua transmissão de um matemático a outro. Trata-se de processos diferences. A criação se distingue da transferência de conhecimentos. Não obstante, para que a comunicação se efetue, o cérebro do receptor deve possuir uma competência particular...

AC: Sem dúvida.

JPC: Requer-se um certo nível de competência para que o receptor aceite, ou rejeite, o objeto matemático ou a demonstração que lhe são propostos. Deve-se levar em consideração, portanto, essa competência, representativa do *corpus* matemático existente. A adoção da nova proposição pela comunidade dos matemáticos significa, em particular, a coerência, a integração desta a esse corpus. A coerência interna dos objetos matemáticos que te causa tanto espanto elabora-se de modo progressivo.

AC: Certamente construímos disso progressivamente em nosso cérebro uma cópia, por um processo de projeção mental. Isto porém não coloca em questão a existência da realidade matemática.

JPC: Ela se constrói de modo progressivo mediante essas aberturas às variabilidades e por meios de entradas em ressonância com o resto desse *corpus*. É por isso que nego uma realidade da matemática anterior à experiência que se tem dela. A sua coerência, em vez de ser *a priori*, parece-me *a posteriori*, e resultar simplesmente de sua *não-contradição*. É por isso também que Morris Kline intitula sua obra sobre a história recente da matemática de *La fin de la certitude!*

AC: Voltamos ao nosso debate do início. Penso que é hora de superá-lo.

Notas

1 HADAMARD, J. Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique. Paris: Gauthier-Villars, 1952.
2 Cf. JACOB, P. (Dir.) Epistémologie. L'Age de la science, n.2, Paris: Odile Jacob, 1989.
3 DENIS, M. Image et cognition. Paris: PUF, 1989.
6 FODOR, J. The language of thought. The Harverster Press, 1976; JOHNSON- LAIRD, P. N. Mental Models. Cambridge University Press, 1983.
7 DEBRU, C. L'esprit des protéines. Paris: Hermann, 1983.
8 NEWELL, A. The knowledge level. Artificial Intelligence, n.18, p.87-127,1982.
9 SIMON, H. A. The Sciences of the Artificial. Cambridge: MIT Press, 1984.

10 No original Prof de Taupe, gíria que designa o professor do curso preparatório para as Faculdades de Matemática, na França. (N. T.)
11 GRANGER, G.-G. Les deux niveaux de la rationalité. Dialectica, n.39, p.355-63, 1985.
12 JACOB, F., op. cit., 1989, p.85.
13 CHANGEUX, J.-P. Functional architecture and dynamics of the nicotinic acetylcholine receptor: an allosteric ligand-gated ion channe. Fidia Res. Found. Neorusci. Award Lect., n.4, p.21, 1990.
14 HEIDMANN, T., CHANGEUX, J.-P. Un modèle moléculaire de régulation d'efficacité d'une synapse chimique au niveau postsynaptique. C. R. Acad. Sc. (Paris), v.295, p.605-70,1982, e CHANGEUX, J. -P., HEIDMANN, T. Allosteric receptors and molecular models of learning. In: EDELMANN, G. M., GALL, W. E., COWAN, W. M. Synaptic Functions, 1987. p.549-601.
15 GEORGOPOULOS, A. P., SCHWARTZ, A. B., KETTNER, R. E. Neuronal population coding of movement direction. Science, n.233, p.l 357460,1986.
16 CHANGEUX, J.-P., op. cit, 1983.
17 MILNER, B., PETRIDES, M. Behavioural effects of frontal lobe lesions in man. Trends in Neuroscience, p.408-14, 1984.
18 DEHAENE, S., CHANGEUX, J. -P. The Wisconsin card sorting test: theoretical analysis and modeling in a neuronal network. Cerebral Cortex, n.l, p.62-9,1991.
19 CHANGEUX, J.-P. Molécule et mémoire. Bedou, 1988.
20 SHALLICE, T. Specific impairments in planning. Phil. Trans. R. Soc. Lond. B.t n.298, p. 199-209,1982. SHALLICE, T. From Neuropsychology to Mental Structures. Cambridge University Press, 1988.
21 HECAEN, H., ALBERT, M. Human Neuropsychology. New York: Miley, 1978.
22 LHERMITTE, F., DEROUESNÉ, J., SIGNORET, J. L Analyse neuropsychologique du syndrome frontal. Revue Neurologique, n.127, p.415-40, 1972.
23 CHANGEUX, J.-P. Lecerveauetl'^venement. Communications, n.18, p.37-47,1972; CHANGEUX, J.-P., CORREGES, P., DANCHIN, A. A theory of the epigenesis of neuronal networks by selective stabilisation of synapses. Proc. Nat. Acad. Sc., EUA, n.70, p.2974-8, 1973; CHANGEUX, J.-P., DANCHIN, A. Selective Stabilisation of developing Synapses as a Mechanism for the Specification of Neuronal Networks. Nature, n.264, p.705-12,1976; CHANGEUX, J.-P., HEIDMANN, T., PATTE, P. Learning by Selection. In: MARLER, P., TERRACE, H. S. (Ed.) The Biology of Learning. Berlin: Springer Verlag, 1984. p.l 15-33.
24 EDELMAN, G., op. cit, 1987. EDELMAN, G. Group Selection and Phasic Reentrant Signalling: a Theory of Higher Brain Function. Cambridge (Mass.): MIT Press, 1978, p.51-100. JERNE, N. Antibody and learning: selection versus instruction. In: QUARTON, G. C., MELNECHUCK, T., SCHMIDT, F. O. (Eds.) The Neuroscience: a Study Program. New York: New York Rockfeller Univ., 1967. p.200-5.
25 POPPER, K. Of Clouds and Clocks: an Approach to the Problem of Rationality and the Freedom of Man. St Louis, Missouri: Washington University Press, 1966.
26 NUSSLEIN-VOLHARD, C., FROHNHOFFER, H. G., LEHMAN, R. Determi¬nation of anteroposterior polarity in Drosophila. Science, n.238, p.1675-81, 1987; GEHRING, W. Homeotic Genes, the Homeobox of the Genetic control of development Cold Spring Harbor Symp. Quant. Biol., n.50, p.243-51, 1985.
27 LEVINTHAL, F., LEVINTHAL, C., MACAGNO, E. Anatomy and development of identified cells in isogenic organisms. Cold Spring Symp., Quant. Biol., n.40, p.321-33,1976.
28 CHANGEUX, J.-P., COURREGES, P., DANCHIN, A., op. cit., 1973.

29 CHANGEUX, J.-P., DEHAENE, S., op. cit., 1989.
30 Essa noção já está presente na obra de S. Freud: ver SULLOWAY, F. Freud, biologiste de l'esprit Paris: Fayard, 1981, p.244; ou POINCARÉ, H. Science et méthode. Paris: Flammarion, 1908.
31 DEHAENE, S., CHANGEUX, J.-P., NADAL, J.-P. Neural networks that leam temporal sequences by selection. Proc. Nat. Acad. Sc., USA, n.84, p.2727-31,1987.
32 De acordo com o Dicionário Nouveau Petit Robert, uma caméra à positons consiste em um "aparelho que permite determinar quais são as zonas do cérebro que entram em atividade para uma dada função". (N. T.)
33 SPERBER, D. Anthropology and psychology: towards an epidemiology of representations. Man (N.SJ, n.20, p.73-89,1984.
34 CHANGEUX, J.-P. Raison et plaisir. In: CHANGEUX, J.-P., GRINBAUM, B. (Orgs.) Catalogue de l'Exposition: De Nicolo del Abate à Nicolas Poussin: Aux sources du Classicisme. Musée de Meaux, p.20-32.
35 Ver DEHAENE, S., CHANGEUX, J.-P. A simple model of prefrontal cortex function in delayed-response tasks. J. Cognitive Neurosci, n.l, p. 244*61, 1989.

CAPÍTULO 5 - DARWIN E OS MATEMÁTICOS

A utilidade do esquema darwiniano

JEAN-PIERRECHANGEUX: O darwinismo em matemática me parece uma ideia interessante. Antes de desenvolvê-la, seria útil especificar novamente os níveis a que nos referimos, para que possamos definir as "evoluções" que podem ocorrer em nossas concepções respectivas.

ALAIN CONNES: Não tenho muito a acrescentar. De maneira bastante formal, podemos distinguir, no que concerne às necessidades da discussão, três níveis. Mas de modo algum pretendo que eles possuam um sentido absoluto. O primeiro, para começar, define-se pela faculdade de calcular, de aplicar uma dada receita, ao mesmo tempo rápido e bem. Ele já está presente nos computadores atuais.

JPC: E o nível das operações simbólicas.

AC: Sim, mas essas operações podem ser muito complicadas. Qualquer que seja o grau de complexidade, contudo, a receita já está sempre dada de antemão. Não é em absoluto compreendida. Logo, nenhuma variação, nenhuma mudança de estratégia é possível.

JPC: É o nível simbólico, o do entendimento, que se situa, segundo Kant, entre a sensibilidade e a razão.

AC: No segundo nível, pelo contrário, é possível, para um fim determinado, como, por exemplo, a resolução de um problema, escolher uma estratégia, e modificá-la de acordo com o resultado. Quando um erro se produz, é possível efetuar comparações com outros cálculos. Esse nível supõe, portanto, a compreensão do mecanismo utilizado. Para uma divisão, por exemplo, compreende-se por que se efetua tal ou tal operação, em vez de uma outra, ou, para tomar uma imagem um pouco exagerada, quando se faz uma retenção na adição, compreendemos que se está utilizando um 2 cociclo de grupo. É preciso ter formalizado as operações utilizadas, tê-las hierarquizado em razão do objetivo ao qual se deve adaptar a estratégia escolhida e, para tanto, efetivamente aderir ao que se faz. Na matemática, é o que permite muitas vezes resolver um problema, quando ele não é muito difícil, ou não necessita de novas ideias. Sob condição, é claro, de que ele não se inclua no primeiro nível, isto é, não seja um cálculo simples, ou a mera aplicação de uma receita.

JPC: É uma forma, talvez inferior, da razão, que poderíamos compreender como a razão tática de Granger. Ela envolve a aplicação de uma estratégia e, eventualmente, a busca de uma nova tática, caso a primeira malogre.

AC: O fio do pensamento, no segundo nível, jamais é perdido. É o que me parece distingui-lo muito bem do terceiro. Em momento algum existe uma distância entre o funcionamento do cérebro e o objeto ao qual ele se aplica.

JPC: É a definição que Granger fornece da razão tática, ao que me parece. Muda-se de tática, de meio, de método, mas se conserva a mesma intenção matemática. O terceiro nível, pelo contrário, permite mudar completamente de estratégia, de objetivo.

AC: Atenção. Não é a distinção que eu gostaria de fazer. Para mim, podemos definir o terceiro nível da seguinte maneira: o "espírito", ou o "pensamento", está ocupado em uma tarefa diferente, ao passo que, de maneira interna, subconsciente, poderíamos dizer, o problema está em vias de ser resolvido. O essencial é justamente essa dissociação entre o pensamento presente, ativo, e um funcionamento do cérebro que é apenas aparente...

JPC: Não acho seja preciso considerar que o fato de que uma operação seja consciente deva se relacionar a um nível particular. Trata-se, antes, de um modo de percepção "interior" daquilo que se produz. O que caracteriza o terceiro nível parece ser, pelo contrário, o acesso possível a uma iluminação que permite uma mudança global de estratégia. Cria-se então um novo âmbito de pensamento, no qual, em seguida, poderá aplicar-se uma nova tática. Estamos finalmente de acordo sobre esses três níveis. Nessas condições, o esquema darwiniano te parece útil?

AC: Para apreciar sua eficácia, falta-me uma definição mais ou menos precisa de uma função de avaliação. Esta permitiria, por exemplo, no segundo nível, ter a intuição de que uma estratégia é melhor do que outra, e de efetuar escolhas. Para que o darwinismo seja eficaz, é preciso de qualquer modo que o cérebro consiga selecionar entre as diversas possibilidades, ou entre os diversos agregados de neurônios, aqueles que funcionam melhor. E preciso que ele possa escolher em função do objetivo proposto. Mas como conceber a ideia, mesmo imprecisa, vaga, de uma função de avaliação um pouco análoga, e talvez adaptável a certos computadores, para escolher uma estratégia melhor do que uma outra?

JPC: A bola está no seu campo.

AC: Se tomarmos por princípio aquilo que assumi desde o início, a saber, a existência independente da realidade matemática, podemos propor um certo número de ideias, pelo menos a título de exemplos que devem ser confrontados com a experiência, com a realidade. Pode-se conceber desse modo que a coerência interna
da matemática é um guia, no sentido em que toda estrutura se opõe ao aleatório. Assim, não é impossível que, quando o cérebro tenta construir uma representação mental de uma realidade matemática, seja a sua coerência que desempenhe o papel de mecanismo de seleção.

JPC: Isto não implica de modo algum que a matemática preexista. Você se refere a ela como um guia do pensamento. A função de avaliação é uma função de verificação da integração em uma estrutura coerente, não-contraditória. Tal verificação ocorre em nosso cérebro, no qual se acham armazenados, na memória a longo prazo, um certo número de representações matemáticas. Estas entram de algum modo em ressonância quando surge esse novo objeto. Produz-se então uma ativação

global.

AC: Eu pensava em uma coerência interna.

JPC: Sim. Eu quero dizer que ela é interna tanto ao cérebro quanto à matemática, porque a matemática está no cérebro do matemático, em particular em sua memória a longo prazo. Ela se encontra representada por índices cujo conjunto é repentinamente reunido por um novo objeto matemático. Tudo isso entra então em atividade de maneira coordenada. Os elementos do quebra-cabeça estavam quase todos presentes, mas faltava uma peça para que o todo se organizasse. A figura se mostra assim que se acrescenta a nova peça.

AC: Mas voltemos à oposição entre, de um lado, a desordem e, de outro, a organização. A realidade matemática, devido a sua estrutura, sua harmonia interna, é uma reserva inesgotável de organização. Escolhendo fórmulas ao acaso, só se obterá ressonância entre elas se elas possuírem, conjuntamente, uma certa coerência. A matemática tem por função justamente mostrar a existência de tal coerência. Poderíamos pensar em diversos agrupamentos de neurônios em atividade, que só conseguem entrar em ressonância quando se produz esse tipo de fenômeno de coerência. A ideia por enquanto é vaga, mas merece maior precisão.

JPC: O acesso a essa coerência faz intervir, durante o período de incubação, uma variabilidade. A esse respeito, o cérebro não funciona como um computador, ou como uma máquina de jogar xadrez. Não se consideram ou se avaliam todas as possibilidades. Pelo contrário, se há uma combinatória, esta parece incidir sobre um número relativamente pequeno de objetos de pensamento.

AC: Uma vez estabelecida no cérebro uma estrutura mínima, um modelo mesmo que bem primitivo fornecendo uma imagem mental de uma realidade matemática simples, não é difícil imaginar, no interior do cérebro, um mecanismo de evolução dos circuitos que permita criar estruturas mais elaboradas. Tomemos como exemplo o raciocínio por analogia. Esse tipo de raciocínio, a partir de uma estrutura sintática simples, volta a criar um modelo semelhante, cujos elementos possuem uma interpretação semântica diferente. Se testarmos a compatibilidade dessa nova estrutura com a realidade matemática, podemos modificá-la e melhorar a sua performance. A resolução de um problema não resulta necessariamente de uma sequência de tentativas aleatórias. É bem possível ter acesso direto a um número mais reduzido de possibilidades de solução, graças a uma analogia construída a partir de um modelo anterior. Falávamos de xadrez. Penso que os grandes jogadores de xadrez conseguem, graças a essa intuição, restringir o número de lances que têm a considerar, ao passo que o computador experimenta milhões deles.

JPC: Os psicólogos estudaram o caso dos grandes mestres de xadrez, e analisaram suas estratégias.[1] Parece que eles aprendem, de certo modo, uma nova linguagem, que contém uma série importante de possibilidades, lances a serem jogados, correspondendo cada um a uma palavra. O seu número seria de cerca de sete a dez mil, como para um dicionário de francês ou de inglês. Em vez de analisar de uma maneira sistemática e combinatória a distribuição dos peões sobre o tabuleiro, o Grande Mestre recorre à sua memória a fim de elaborar a estratégia adequada. Logo, mais do que inventar permanentemente novas estratégias, ele raciocina a partir de imagens e estratégias que ele memorizou.

AC: A noção de estabilidade das configurações, formas, parece-me aqui muito importante. O cérebro percebe de maneira semelhante certas formas que, estritamente codificadas, são diferentes. No jogo de xadrez, por exemplo, o Grande Mestre consegue descobrir e classificar, graças a esse mecanismo, um pequeno número de "atratores" entre um grande número de configurações que, afastadas por sua posição, são próximas em seu espírito. Esse mecanismo especificamente mental, ao qual, por enquanto, não têm acesso os computadores, permite-lhe limitar o seu problema a um pequeno número de possibilidades de solução. A inteligência artificial busca hoje em dia, aliás, imitar esse processo, graças à topologia dinâmica.

Codificar formas estáveis

JPC: A memória a longo prazo é hierarquizada. Não tem nada em comum com um dicionário classificado por ordem alfabética. Pelo contrário...

AC: Ela é hierarquizada, pelo que me parece, por mecanismos de topologia.

JPC: A organização da memória a longo prazo é um problema teórico fundamental para os neurobiólogos. Fala-se de árvores semânticas, classificações hierárquicas...

AC: Antes de me lançar em algumas explicações sobre a topologia, não posso impedir-me de começar por uma advertência. Um de meus colegas, excelente matemático, decidiu um dia ocupar-se da psicanálise: ele pensava talvez que a topologia podia ser uma ferramenta interessante para as investigações dos psicanalistas. Ele contava que um dia Lacan, que acabava de aprender o que é um espaço compacto, explicara em seu curso que Don Juan era compacto, mostrando que se pode extrair um recobrimento (recouvrement) finito de todo recobrimento aberto... Certos membros do grupo de Lacan utilizaram a linguagem matemática dessa forma, sem conhecer seu conteúdo, a fim de exercer uma ascendência psicológica sobre outros colegas, igualmente ignorantes da matemática. É claro que o mundo quimérico assim criado não corresponde a realidade alguma. A nossa discussão deve absolutamente evitar dar lugar a esse gênero de falsas interpretações. Em particular, não pretendo ter nenhum tipo de nova compreensão do funcionamento cerebral. Penso apenas que seria bom que certas noções elementares de topologia, que me esforçarei por explicar em detalhe, sejam mais bem conhecidas por cientistas neurobiólogos como você. Mas por que a topologia? Como você explicou, a conformação do cérebro não é idêntica de um cérebro a outro, não mais que a percepção de um objeto exterior. No entanto, as propriedades sobre as quais concordamos possuem um caráter de invariância, de "estabilidade estrutural", para citar Thom, para quem um âmbito teórico como a topologia é bastante satisfatório.

JPC: As representações mentais, os objetos da memória, são codificados no cérebro como formas, no sentido da Gestalt-Theorie, a despeito da importante variabilidade das sinapses que os armazenam. Existem portanto processos de implementação das constantes perpétuas no sistema nervoso. É um primeiro problema. O outro concerne à maneira pela qual essas representações são classificadas na memória. É preciso separá-los. Comecemos pelo primeiro...

AC: Em primeiro lugar, tentarei explicar a noção fundamental de topologia simplicial (simpliciale),

cujo caso mais simples é a noção de árvore que você mencionou. Ela tem por objetivo o estudo das constantes topológicas de objetos denominados de complexos simpliciais. Um complexo simplicial é um conjunto finito de pontos, que chamarei de "vértices". Você pode representá-los como neurônios tomados em um agregado bastante complexo. A estrutura desse objeto é fornecida por um subconjunto, que chamarei de "Delta 1", do conjunto dos pares de vértices. Denominaremos seus elementos de "arestas" e, para continuar a comparação com os neurônios, você pode representar uma aresta como uma conexão entre dois neurônios. Porém, a não ser que o complexo simplicial seja unidimensional, a estrutura não se detém aí. Em geral, deve-se atribuir para todo inteiro n menor do que a dimensão um subconjunto "Delta n" do conjunto dos n-últiplos (n-uples) de vértices. Por exemplo, se o complexo simplicial é de dimensão 2, serão necessárias não somente as arestas, mas também os triângulos. A única regra de compatibilidade é a necessidade para os lados de um triângulo de constituírem arestas. Isto significa que um triângulo ABC não pertence ao complexo ABCeA2 se suas três arestas pertencem ao complexo: ABeA1, BCeA1, ACeA1. Mas a recíproca não é verdadeira. Mesmo se A e B são dois vértices, o segmento de reta que os une não pertence necessariamente ao complexo. A partir desse dado, podemos utilizar o considerável potencial da topologia simplicial.

Os complexos simpliciais de dimensão 1 não são muito interessantes. Assim, o grupo fundamental do espaço topológico associado é sempre um grupo livre. Vou dar alguns exemplos de complexos simpliciais de maiores dimensões, sem por isso buscar, pelo menos de momento, atribuir-lhes uma significação ou realização qualquer. Mas, para que você possa representá-los facilmente, utilizarei o termo de neurônios para os vértices de meu complexo simplicial, o de conexões simples para os segmentos de reta que ligam um neurônio a outro, e o de conexões múltiplas para falar de um n-últiplo de neurônios. O meu primeiro exemplo será um complexo simplicial cuja topologia é a da esfera de duas dimensões. Ela é formada por quatro neurônios A, B, C, D. Todos os pares (AB, AC, BD...) ligam-se por segmentos de reta. Todas as tríades ligam-se por um triângulo. Já a dimensão é igual a 2, e não existe nenhuma ligação para além das ligações triangulares. Descreverei agora um outro complexo simplicial equivalente ao precedente, isto é, que define o mesmo objeto topológico, mas cujo número de vértices será diferente. Acrescenta-se um vértice E. As arestas são as antigas, mais aquelas que unem E aos vértices A, B e C, mas não aquela que une E a D. Os triângulos são todos os triângulos tomados possíveis pela existência de suas arestas (ver Figura 27), exceto o triângulo ABC. Por exemplo, AEB é um triângulo, mas AED não, pois ED não é um segmento de reta. O complexo simplicial obtido é de dimensão 2, e o espaço topológico associado é homeomorfo (homéomorphe) ao espaço topológico associado ao primeiro complexo simplicial. Esses dois espaços são homeomorfos à esfera de duas dimensões. A passagem do primeiro complexo simplicial para o segundo é o que se chama de "subdivisão baricêntrica".

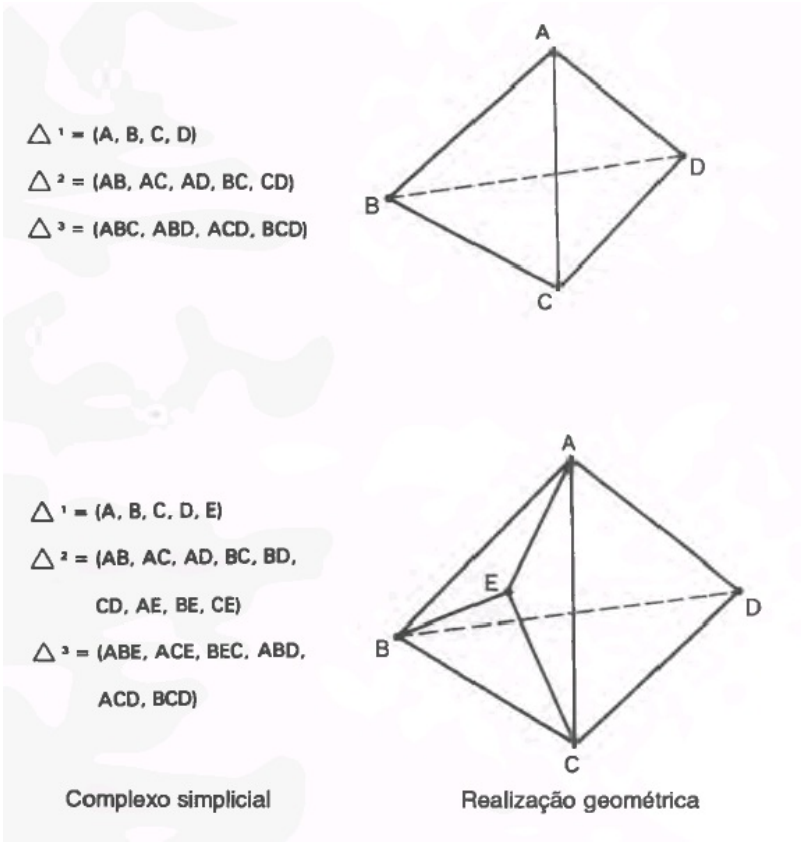


Figura 27

Na comparação com as assembleias de neurônios, a primeira dificuldade para saber se existem assembleias de neurônios maiores do que 1 consiste em detectar, em definir de forma correta, as ligações triplas ou triângulos no complexo simplicial. Isto só pode ser feito por meio de um diálogo com a experiência, ou ainda construindo uma máquina que, em vez de utilizar somente o mecanismo de classificação baseado nas árvores, fosse capaz de explorar os recursos bem mais ricos da topologia de maior dimensão.

JPC: Penso que é uma ideia interessante. Sabemos que os neurônios possuem, individualmente, dezenas de milhares de conexões que, provavelmente, podem fazer parte de diferentes representações. O esquema que você descreve permitiria utilizar essa possibilidade... Consideremos, por exemplo, a codificação por meu cérebro de uma figura particular, digamos, o teu rosto. O problema das dimensões se torna crítico. Já evocamos juntos as representações mentais, consideradas como estados físicos definidos pela atividade de determinadas populações de neurônios. Porém, esse ponto de vista não é universalmente partilhado. Barlow[2] defendeu a teoria alternativa, de acordo com a qual, no cérebro, cada neurônio possui uma especificidade funcional extremamente elevada, que basta para codificar uma "representação" tão singular quanto sua própria avó, ou um fosca amarelo. E a teoria das "*grandmother cells*", ou células avós. Alguns dados experimentais caminham nesse sentido. No córtex infero-temporal, no macaco,[3] podem-se registrar neurônios individuais que servem para codificar o reconhecimento dos rostos, mesmo de alguns de seus traços (ver Figura 28). Certos neurônios respondem ao rosto de frente *ou* de perfil; outros, respondem ao rosto com os olhos, mas não sem os olhos, ao rosto de um dos experimentadores, mas não ao de outro; alguns deles são sensíveis até a orientação do olhar do experimentador que os observa. Isto dá uma ideia da especificidade funcional extremamente fina de certos neurônios. Porém, não se deve ir muito longe, pois se não houvesse efetivamente no córtex temporal apenas um neurônio que fornece o código para cada um desses traços, teríamos poucas chances de registrar isso.

O fato de que podemos realizar registros reprodutíveis prova que existem populações inteiras de neurônios com suas especificidades. Verossimilmente, são *conjuntos* de neurônios altamente diferenciados que participam do reconhecimento do rosto. E os neurônios que, individualmente, respondem a traços também singulares encontram-se, de fato, conectados a outros conjuntos de neurônios que se situam nas áreas visuais secundária e primária, por sua vez postos em atividade pelos neurônios da retina. Lidamos, no caso do sistema nervoso, com sistemas ao mesmo tempo altamente hierarquizados e altamente paralelos. Assim, não estou certo de que a sua sugestão tomada da topologia simplicial possa ser aplicada no caso em questão.

AC: Não sei se minhas observações têm de fato muito a ver com esse problema da memorização.

JPC: Não se trata simplesmente de memorização. Mas da maneira pela qual as informações são armazenadas no sistema nervoso. O problema da codificação das representações mentais é um problema de topologia.

AC: Sim, mas recorri à topologia por uma razão bem diferente. Falávamos da existência de uma grande diversidade, mas também de uma certa invariância, na maneira pela qual o cérebro se constrói de um indivíduo a outro. A topologia é precisamente o âmbito ideal para compreender esse tipo de fenômeno, uma vez que o mesmo objeto topológico pode ter numerosas realizações diferentes. Pode provir de diversos complexos simpliciais, ao mesmo tempo em que conserva intactas suas propriedades topológicas. A topologia simplicial é por conseguinte um meio ideal para codificar, por exemplo, a noção de forma, na medida em que não se insiste ainda sobre a parte quantitativa de sua geometria. Para tomar o exemplo mais simples de uma constante que não muda quando se substitui um complexo simplicial, digamos de dimensão 2, por um outro que descreve o mesmo objeto topológico, explicarei o que é a característica de Euler e de Poincaré. Trata-se de um número que é simplesmente o número de vértices menos o número de arestas, mais o número de triângulos. Não é difícil verificar que, quando se faz a operação de subdivisão baricêntrica que expliquei há pouco, acrescenta-se um vértice, três arestas e dois triângulos, o que não muda o número que acabo de definir. Se calcularmos essa característica de Euler-Poincaré para a esfera de duas dimensões, temos quatro vértices, quatro triângulos e seis arestas. Essa característica é então igual a 2. Poderíamos imaginar facilmente, aliás, um sistema elétrico que permita produzir esse número a partir de um complexo simplicial dado. A topologia comporta um certo número de transformações mais complicadas que as subdivisões baricêntricas. Elas modificam o objeto topológico, ou seja, fornecem um objeto homeomorfo, sem por isso modificar o que se denomina seu "tipo de homotopia". Uma constante essencial de um espaço topológico de homotopia próxima é chamada de seu "grupo fundamental". É trivial, isto é, reduzida a um elemento no âmbito da esfera, mas não o é para complexos simpliciais, mesmo que de dimensão 2, como aquele definido na Figura 29. A topologia é o estudo das constantes dos espaços topológicos, seja de homotopia, seja de homeomorfia próxima. Não me parece improvável que o cérebro utilize, talvez sob forma elementar, talvez sob forma extremamente rica, a possibilidade de aceder à topologia, graças à combinatória dos complexos simpliciais. De modo mais preciso, a topologia mostra que a combinatória de um complexo simplicial pode ser elaborada a um ponto inacreditável. E seria lamentável não utilizar o progresso da topologia na elaboração, por exemplo, de máquinas de memorização, e restringir-se às árvores, ou seja, a complexos simpliciais de dimensão 1, cujo grupo fundamental é trivial. A definição do grupo fundamental é simples de compreender: uma vez escolhido um ponto-base que

serve de referência, ou seja, um vértice, considera-se todos os caminhos que se pode percorrer seguindo as arestas através da "rede", e que voltam ao ponto de partida. Compõe-se os caminhos unindo-os uns aos outros. A única sutileza consiste em compreender quando dois caminhos definem o mesmo elemento do grupo fundamental. Para explicá-lo, eu poderia recorrer ao nível combinatório, mas seria penoso. Posso também apresentar uma imagem geométrica. Um complexo simplicial, ainda que seja um objeto combinatório, tem aquilo que se chama de uma realização geométrica. Colocam-se os vértices do complexo simplicial em um espaço de dimensão suficientemente grande, ligam-se os vértices que são as extremidades de uma aresta mediante um verdadeiro segmento, ligam-se as tríades que são os vértices de um triângulo por intermédio de um verdadeiro triângulo, cujas faces são os segmentos precedentes, e assim por diante. A Figura 29 mostra um exemplo da realização geométrica de um complexo simplicial de dimensão 2. Em geral, é difícil ter uma imagem do complexo simplicial, pois ele se encontra necessariamente mergulhado em um espaço de grande dimensão. E por isto que não podemos visualizá-lo sob forma geométrica direta. Somos obrigados a substituir a geometria pela combinatória. Mas, pelo menos em pequena dimensão, é fácil explicar quando dois caminhos definem o mesmo elemento do grupo fundamental. Ou, de maneira equivalente, também quando um caminho define a identidade como elemento do grupo fundamental. Isto ocorre quando se pode deformar o caminho para torná-lo trivial, e isto sem despedaçá-lo (ver Figura 30). Obtém-se já, por meio dessa construção, todos os grupos interessantes a partir de complexos simpliciais de dimensão 2. Isto mostra a inacreditável riqueza dessa combinatória, mesmo para os complexos simpliciais de dimensão 2. O espantoso é que o cérebro contenha, em potência, miríades de possibilidades de realizar essa combinatória, e de explorar a riqueza da topologia. Por exemplo, contar o número de buracos de uma superfície não é nada mais do que calcular a sua característica de Euler-Poincaré.

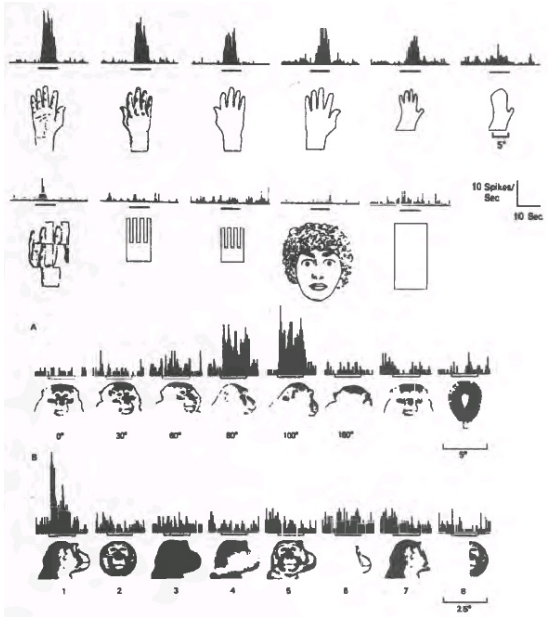
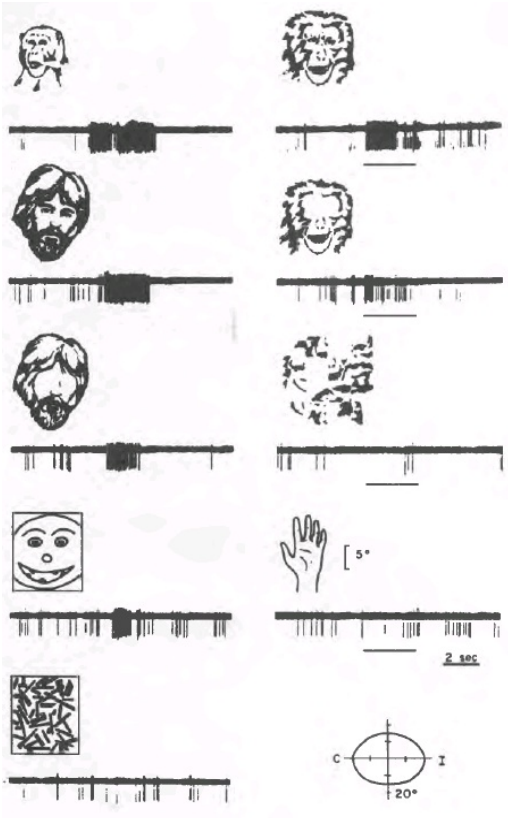


FIGURA 28 - Especificidade da resposta de neurônios individuais do córtex temporal a objetos bem complexos no macaco. A resposta de neurônios individuais é registrada com ajuda de um microeletrodo colocado no macaco acordado. Cada influxo nervoso é figurado por uma barra vertical de comprimento constante (página ao lado). A frequência desses impulsos para um lapso de tempo finito é representada por um traço de extensão variável (acima). As especificidades dos neurônios registrados em três pontos diferentes do córtex temporal são, respectivamente: resposta a um rosto visto de frente, resposta a um rosto de perfil, resposta a uma mão. Note-se que a presença dos olhos é necessária à resposta ao rosto, assim como a distinção dos dedos para a resposta à mão (Conforme Gross, C. G., Bruce, C. J., Desimone, R., Fleming, J., Gattas, R. Criticai visual areas on the temporal lobe. In: Woolsey, C. (Ed.) Cortical Sensory Organigation. Clifton (NJ): Humana Press, 1981, v.2, p.187-216; Desimone et al., op. cit., 1984.



JPC: Pode-se, com base nisso, construir uma máquina? Seria com efeito a melhor demonstração...

AC: Contar o número de buracos de uma superfície, isto é, a característica de Euler-Poincaré, é bem fácil. Para extrair a constante, a máquina deveria contar o número de vértices. Deveria retirar o número de arestas, e acrescentar o de triângulos. É de uma extrema simplicidade. Um sistema elétrico bastaria.

JPC: O cérebro não procede assim. Ele não conta.

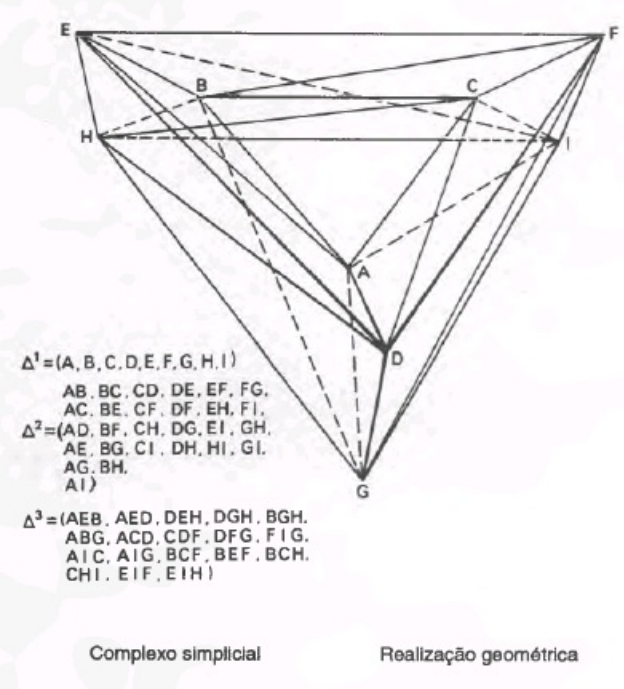


FIGURA 29

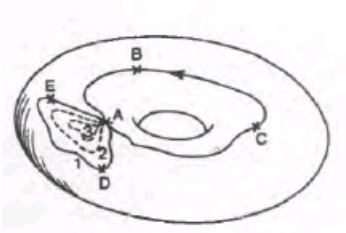


FIGURA 30 - A linha ACB representa um elemento não-trivial do grupo fundamental do complexo simplicial da Figura 29. A linha AED representa o elemento trivial, pois pode-se deformá-la, como indicado na figura, nas etapas 1, 2 e 3.

AC: Mas um sistema elétrico, sim. Imagine um sistema no qual cada vértice possuísse uma carga elétrica igual e positiva. Cada aresta possuiria uma carga elétrica negativa. Cada triângulo acrescentaria uma carga positiva. Nesse momento, se você observasse a carga total, quando o sistema se descarrega, obteria uma constante topológica.

JPC: Seria preciso realizá-lo.

AC: Sem dúvida. Mas não é impossível. Aliás, nada impede que seja algo diferente de um fenômeno elétrico, como um fenômeno químico.

JPC: Com certeza. Pensei no sistema elétrico porque ele é o mais diretamente mensurável. Medir liberações de transmissores químicos é mais difícil, mas realizável, pelo menos de forma indireta. Contudo, estamos ainda longe de poder efetuá-lo. A dificuldade, no caso do sistema nervoso central, consiste também em assinalar pequenos conjuntos de neurônios em relação com uma função mais global, mais difícil de apreender. Porém, é possível, por exemplo, no caso do reconhecimento dos rostos no nível do córtex temporal.

AC: Poderíamos pensar, por exemplo, que o reconhecimento das formas que ultrapassem a topologia de dimensão 2 seja efetuado por um sistema formado apenas por pontos (os neurônios), arestas e triângulos. Em outras palavras, um sistema no qual não seria necessário excitar, de maneira correlata, mais que as tríades de neurônios. Evidentemente, tudo isto é pura especulação.

JPC: Não. É uma predição simples, a ser submetida aos fisiologistas! A medida de correlações de atividade entre neurônios já se faz em vários laboratórios.[4] Abordamos a questão das constantes e das representações. Ataquemos a segunda questão: a organização da memória a longo prazo, muitas vezes representada sob forma de árvores... Considerando a maneira pela qual, com base nessa nova topologia, você concebe as representações, como você vê o acesso a essa memória, e sua organização? E ainda, como se pode raciocinar por analogia? Pois o raciocínio por analogia poderia reduzir-se simplesmente a estabelecer a relação entre duas árvores distintas.

A organização da memória a longo prazo

AC: Sei que, no que concerne aos problemas de memorização, o modelo difundido é o das árvores, a que você acaba de se referir. Não posso evitar, sem chegar realmente a propor um modelo, explicar uma noção mais geral, mais refinada que a noção de árvore: a noção de complexo simplicial hiperbólico, ou de curvatura negativa. Não tenho uma ideia precisa de como aplicar essa noção aos processos de memorização. E claro, porém, que a noção de árvore é demasiado restritiva, demasiado

rígida, e que ela impõe, para reparar um erro, que se retroceda, seguindo exatamente o mesmo caminho. A noção de complexo simplicial é bem mais flexível, sem por isso perder as propriedades das árvores que são utilizadas nos modelos de memorização. Enquanto a noção de árvore é unidimensional, e organiza a informação da memória de maneira "linear", os complexos simpliciais hiperbólicos organizam-se de maneira mais sutil.

O que é um complexo simplicial hiperbólico? Podemos definir essa propriedade de maneira puramente combinatória e afirmar, por exemplo, que é suficiente, para que um complexo simplicial de dimensão 2 seja hiperbólico, que todo vértice de um triângulo seja comum a pelo menos sete triângulos diferentes. Mas não se compreende muito melhor o significado dessa noção fazendo referência a geometria e geodésica. Para explicá-la, preciso antes de mais nada voltar à geometria não-euclidiana. No modelo de Poincaré, o interior de um disco no plano, as geodésicas são os arcos de círculo perpendiculares na beirada do disco. Consideremos uma tal geodésica (ver Figura 31) e um ponto P exterior a ela. E fácil construir uma infinidade de outras geodésicas que passam por P e não encontram a primeira. Essa geometria, na qual as retas são as geodésicas, não verifica o axioma de Euclides. Nesse modelo, o ângulo entre duas geodésicas é o ângulo entre os círculos correspondentes. Verifica-se logo que a soma dos ângulos de um triângulo é sempre inferior a 180°, propriedade característica de um espaço de curvatura negativa. Pode-se precisar igualmente como medir a distância entre dois pontos, nessa geometria de Poincaré. O mais curto caminho entre dois pontos A e B é a geodésica, isto é, a porção do círculo que passa pelos dois pontos perpendiculares na beirada do disco. Essa geometria possui uma propriedade que a aproxima de uma árvore, e que a geometria euclidiana não possui. Tal propriedade é justamente a hiperbolicidade. Uma maneira simples de exprimi-lo consiste em afirmar que, se BC é um segmento, e A um ponto fora desse segmento, quando se quer ir de A para B, perde-se muito pouco, e em todo caso, não mais do que uma quantidade já fixada de uma vez por todas, em relação ao deslocamento ótimo dado pela geodésica, substituindo-a pelo caminho mais curto unindo A ao segmento BC, seguido de um deslocamento ao longo de BC (ver Figura 32). Essa propriedade é evidentemente verdadeira para as árvores. E falsa para o espaço euclidiano. E verdadeira porém para o espaço hiperbólico de Poincaré. Além disso, insisto, continua a ser verdadeira para o revestimento universal de um número bem grande de complexos simpliciais, que são precisamente os complexos simpliciais hiperbólicos. Para voltar à organização da memória, se construíssemos um modelo no qual os objetos de memória estivessem localizados em um espaço hiperbólico, essa propriedade teria o seguinte significado: para deslocar a atenção consciente A para um objeto de memória X situado sobre uma porção finita convexa P do espaço hiperbólico em questão, não é necessário conhecer de antemão a posição precisa de X em P, mesmo se P for relativamente extensa. Basta, em primeiro lugar, dirigir-se para P, depois, uma vez em P, dirigir-se a X. Um espaço hiperbólico tem exatamente a propriedade de coerência necessária, assim como as árvores, sem por isso ser uma estrutura unidimensional, com todos os inconvenientes que isto implica.

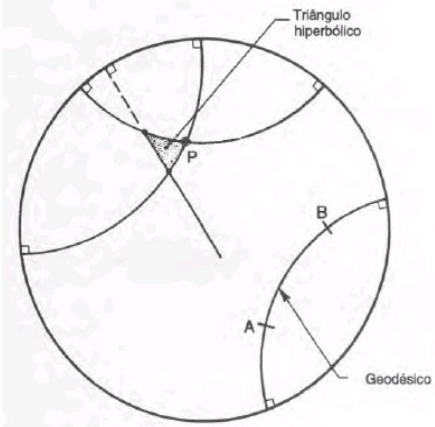


FIGURA 31 - Geometria hiperbólica. Nessa geometria, os pontos são os pontos do disco acima, as retas são os arcos de círculo perpendiculares na beirada do disco. Pelo ponto P, situado fora da reta AB, passam várias retas "paralelas" à reta AB, isto é, não a encontrando.

JPC: Sim, mas entre compreender bem e utilizar... Não basta dispor de um modelo formal teórico muito geral. O que é preciso, de momento, é fazer que essas proposições resultem em experiências realizáveis em laboratório.

AC: De feto, o americano W. Thurston trabalha há alguns anos sobre a utilização da geometria hiperbólica para a melhoria dos computadores.

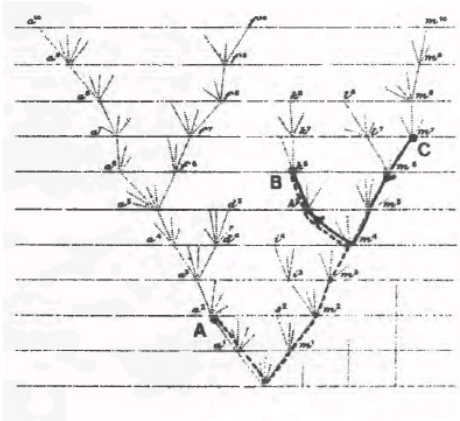


FIGURA 32 - Árvore e geodésica. Em negrito, geodésica de C a B; em pontilhado, geodésica de A a B.

O raciocínio por analogia

AC: Espere. Não terminei de responder à questão. Você pedia também a minha opinião sobre o raciocínio por analogia.

JPC: Sim, o raciocínio por analogia vem bem a calhar neste ponto.

AC: Tenho a impressão de que o raciocínio por analogia comporta duas etapas. Por um lado, o reconhecimento da analogia, que é provavelmente a etapa mais difícil de compreender, e que provavelmente se aproxima do reconhecimento das formas. Por outro lado, a etapa que eu chamaria de réplica-tradução-melhoria. O primeiro passo consiste em poder fazer a réplica de uma configuração de neurônios ou, em linguagem matemática, de um complexo simplicial que obedece a uma certa função. Suponhamos construído um sistema análogo de neurônios, o segundo passo, que chamo de "tradução", consiste então em conectar esse sistema replicado, substituindo as palavras associadas ao primeiro sistema de neurônios por meio de sua tradução, graças à analogia no segundo sistema de neurônios. A terceira fase consiste, uma vez realizada a tradução, em testar o

funcionamento do novo sistema de neurônios, a fim de melhorar sua estrutura. Contudo, o cérebro é capaz de efetuar uma tal réplica?

JPC: Não esqueça que nossos dois hemisférios são interconectados. Não é impossível que certas representações estejam simultaneamente presentes em cada um dos dois hemisférios, ou que ocorra uma transferência de um hemisfério a outro...

AC: Que se possa até, dentro de um objetivo determinado, construí-la, fazê-la passar para o outro lado.

JPC: Consideráveis transferências de informações se produzem de um hemisfério a outro, mas ainda é difícil saber se tais transferências intervêm no raciocínio por analogia. Os dois hemisférios, como você sabe, não são perfeitamente simétricos. Podemos imaginar que uma representação produzida por um hemisfério seja modificada, ampliada ou atenuada pelo outro. Compreender as relações entre o hemisfério direito e o esquerdo é um problema de grande importância. Nos mamíferos inferiores, que não dispõem de linguagem, existe muito pouca, ou quase nenhuma lateralização. Esta parece surgir com o desenvolvimento da linguagem. O que
permite, além do mais, utilizar ambos os hemisférios de maneira independente, e portanto criar um aumento "explosivo" da superfície do córtex, a partir daí utilizável de maneira não redundante. Modificações genéticas menores, que criam uma ligeira assimetria no desenvolvimento, puderam produzir, devido à epigênese, uma supressão brutal de redundância, e uma exploração das possibilidades de um hemisfério pelo outro e vice-versa. E talvez a origem do "fenômeno humano", que faz que, com base em um pequeno número de gens modificados, e de um aumento do cérebro que não é, afinal de contas, gigantesco, acedamos a um nível de performance de uma nova ordem.

Encadeamentos de representações e âmbitos de pensamento

JPC: Talvez devamos retornar à nossa ideia inicial: o darwinismo no campo da matemática, o encadeamento, a fim de construir um raciocínio, e a "ruminação", antes da iluminação, de objetos matemáticos confrontados entre si no âmbito de um problema definido.[5] Façamos a distinção, para simplificar, de duas questões. 1º) O encadeamento no tempo de representações mentais conduz a uma "proposição" sob uma forma falseável, ela mesma exprimindo uma "verdade". 2º) A definição daquilo que chamamos um "âmbito de pensamento", ou "intenção", que se encontra na base da reflexão e mesmo da criação matemática. Como definir uma intenção em matemática?

AC: A teoria das probabilidades contém um conceito importante, o de "condicionamento", que poderia talvez aplicar-se aqui. Parece-me necessário, para definir uma intenção, como, por exemplo, a de ganhar uma partida de xadrez, identificar a que distância nos encontramos do objetivo almejado. Resta compreender, portanto, de que modo o cérebro constrói essa função de avaliação. Voltaremos a isto. Por ora, suponhamos que dispomos dessa função, e façamos uso dela, como na teoria das probabilidades, a fim de condicionar os sistemas. Tenho vontade de empregar a seguinte imagem, que corresponderia ao darwinismo a que você se refere: baseando-nos em mecanismos de evolução interna, como a analogia, suponhamos que o cérebro já tenha elaborado um milhar de assembleias de neurônios, de complexos simpliciais de neurônios, e que ele os ponha em atividade, condicionando-os pela função de avaliação. Cada sistema produz um resultado, e é preciso que o cérebro possa

selecionar entre esses resultados aquele que otimiza a função de avaliação. Penso que os físicos encontraram, graças ao princípio da fase estacionária, uma ideia muito boa para, se não resolver o problema, pelo menos sugerir um mecanismo interessante. Suponhamos que cada um dos sistemas de neurônios produza uma corrente elétrica cuja fase seja proporcional ao valor da função de avaliação sobre esse sistema. No caso de sistemas que não realizam o máximo dessa função, a existência de valores contíguos, inferiores e superiores, da função para outros sistemas acarreta então a anulação da soma de correntes produzidas. Nos casos de sistemas nos quais a função de avaliação seja máxima, essa anulação não ocorre. Logo, esses sistemas são os únicos a contribuírem de maneira sensível à corrente resultante de todas as correntes parciais. Esse gênero de sistema não é econômico, sem dúvida, e podemos imaginar outros bem mais simples quando a função de avaliação é especificada de uma vez por todas, como nos computadores que jogam xadrez. Nada impede que haja uma enorme flexibilidade, que os físicos exploram constantemente graças à integral de Feymann.

JPC: Quase se dispõe, então, de um sistema de seleção.

AC: Sim, mas, infelizmente, sob condição de já ter construído a função de avaliação. Como? Confesso não ter ideia alguma, nem mesmo vaga.

JPC: No entanto, seria necessário.

AC: Penso apenas que essa função deve estar ligada ao sistema límbico, ou a outras partes do cérebro. Ela não pode ser puramente interna.

JPC: Já é uma ideia imaginar que possa existir uma ligação.

AC: Acredito que deve existir uma correlação entre a função de avaliação e a frustração ou o prazer que podemos sentir quando estamos próximos da resolução de um problema. Porém, não sabemos exatamente como defini-la. Como o objetivo específico, que é o do pensamento ativo, do pensamento presente, pode se manifestar no mecanismo de interferências destrutivas ou construtivas?

JPC: Podemos imaginar quando o objetivo é alcançado, nesse momento...

AC: Sim, mas isto não me satisfaz, porque, em teoria das probabilidades, antes desse fenômeno de interferências destrutivas ou construtivas, a probabilidade está de qualquer modo condicionada, e isto de antemão, pelo objetivo a que se visa.

JPC: Aí está. O cálculo se efetua em um âmbito! É muito importante. Você não quer distinguir, como eu, o raciocínio lógico e...

AC: Não falo da criação. Permaneço no segundo nível.

JPC: Mesmo nesse segundo nível, o objetivo almejado desempenha um papel. É fixo. Poderíamos até considerá-lo uma “obsessão” interna. Isto significa que um estado persistente de atividade dos neurônios...

AC: ... deveria engendrar uma espécie de frustração ou embaraço.

JPC: Espere. Podemos imaginar também que um circuito, fechado sobre si mesmo, provoque a intervenção do sistema límbico, pois existe desejo. O cérebro produz uma hipótese de prazer que desempenha o papel de guia, e abre o acesso a uma solução que é ou não fonte de prazer...

AC: Ou, de modo inverso, porque há frustração. E um sentimento freqüente em matemática. Quando alguma coisa soa mal, não é um desejo, mas uma frustração que intervém.

JPC: Por inquietação por não se ter atingido o objetivo. O sistema límbico mantém "em atividade" uma representação que cria um contexto no qual vão se ajustar outras representações mentais que, afinal de contas, entrarão em ressonância com o fim proposto. Proporcionam então um sentimento de prazer, de "acabamento" da representação inicial. E uma metáfora, mas sobre bases semelhantes, Stanislas Dehaene e eu mesmo[6] construímos recentemente um modelo de aprendizagem de "regras" que parece funcionar.

AC: Estou de acordo, mas a imagem que você fornece não explica bem a possibilidade de se medir a proximidade do objetivo. Enquanto ele não for atingido é preciso, para que a imagem seja válida, que a sua proximidade seja reconhecida. Mesmo que não se alcance o objetivo. E essencial para que o condicionamento se produza. Admito a possibilidade de reconhecer que o objetivo foi alcançado. Em compensação, introduzir uma distância em relação ao objetivo, ou seja, poder condicionar tudo, isto parece-me mais difícil...

JPC: Talvez um progresso na atualização da intenção o enriqueça de maneira progressiva, por acumulação.

AC: Tocamos aqui em um ponto bem importante para a prática da matemática. Acontece com frequência, em um problema, que o fato de avaliar a que distância se encontra a solução facilita a tarefa. Ê precisamente essa intuição grosseira do caminho que resta a percorrer que, mesmo que as questões estudadas possam parecer muito estranhas, ajuda a resolver o problema.

A seleção natural dos objetos matemáticos

JPC: Você tem outras observações a fazer a respeito do darwinismo no campo da matemática?

AC: Considero que o darwinismo do funcionamento cerebral repousa sobre mecanismos de interferências construtivas e de ressonâncias de grupos, mais que sobre um fenômeno de seleção natural ou de eliminação.

JPC: Penso que é uma forma de seleção natural. Mas "seleção natural" deve ser tomada aqui em um sentido preciso, e conforme ao que se conhece da estrutura e do desenvolvimento do cérebro. Essa noção, mesmo em dinâmica de populações, é em geral difícil de precisar. E definida em termos que são os de populações que se reproduzem de acordo com uma repartição geográfica definida. O darwinismo tradicional, aplicado à evolução das espécies, contém as noções de dinâmica temporal, de população e de repartição geográfica. No caso do sistema nervoso, o componente da

multiplicação não é utilizável. Os neurônios não se multiplicam. Conta apenas a ocupação diferencial e "competitiva" de certos territórios. A sua formulação caminha efetivamente nesse sentido. Os mecanismos de interferências construtivas e de ressonâncias de grupos podem então ser considerados mecanismos de seleção próprios ao cérebro.
Tratemos do terceiro nível. Como você vê as intenções?

AC: A característica fundamental desse nível, na iluminação, é, além do prazer sentido, a impressão repentina de que um forte nevoeiro se eleva. A fração consciente do pensamento acede então de maneira direta a um mundo desprovido, para ela, de qualquer estranhamento. Nenhuma verificação laboriosa é mais necessária. É certamente essa sensação, característica do terceiro nível, que excita o sistema límbico.

JPC: Você me leva a pensar no êxtase místico de Santa Teresa d'Ávila.

AC: O êxtase místico deve, com certeza, excitar as mesmas regiões do cérebro. Mas por outros motivos. Assim como a harmonia estética.

JPC: Tocamos aqui em uma questão que me é cara, a das relações entre a ciência e a arte. Que diferença existe entre o objeto matemático e a obra de arte?

AC: Não é impossível que os artistas, poetas ou músicos consigam, com seus próprios recursos, exprimir dados extremamente elaborados, que testemunham a harmonia que sentimos, talvez uma vez na vida, por meio da iluminação. Ocorre por vezes, com efeito, que uma obra de arte, assim como um trecho musical, excite o sistema límbico de maneira bem semelhante. Contudo, para voltar à iluminação e à matemática, como o único meio que possuímos para transmitir um resultado é uma cadeia lógica de raciocínios, é preciso que se regresse rapidamente do terceiro para o primeiro nível. E necessário proceder a uma verificação rasteira da demonstração que a iluminação permitiu entrever. O estado de excitação é de extrema brevidade. Uma vez decomposta, a demonstração pode ser verificada passo a passo. Mas num certo sentido, a fase puramente "mística" se evaporou.

JPC: Como intervém o darwinismo?

AC: Acredito que a primeira das três etapas a que se refere Hadamard, ou seja, a preparação, permite precisamente definir a função de avaliação que deve, em princípio, condicionar o darwinismo.

JPC: O darwinismo em evolução parte da ameba para chegar ao homem. É nisto que reside o seu interesse. A sua aplicação mais interessante à matemática é a "criação" de um novo objeto matemático, por meio de combinatória dos elementos que já fazem parte do corpo estabelecido da matemática. Há a gênese de um "monstro", de uma "quimera". Esse objeto, ainda que novo, pode ser selecionado em virtude de sua coerência com um corpus que já existe.

AC: Pode-se muito bem conceber isso.

JPC: Em apoio a essa ideia, lembrarei que, segundo você, no ato criador, abordar um problema

consiste primeiramente em "ampliá-lo". O que significa ampliar? E fazer entrar no compartimento de trabalho da memória a curto prazo objetos matemáticos desprovidos de vínculo direto com o objetivo fixado. A intrusão de estrangeiros, de "outsiders'1, dá origem a um novo objeto matemático. Permite romper o âmbito no qual o matemático se encontrava antes, e faculta-lhe o acesso a um novo nível de conhecimento. Este é então o resultante da combinatória acionada, às vezes por um tempo bastante longo, durante o período de incubação. O darwinismo na matemática parece explicar a "criação" de maneira particularmente adequada. A bola está no seu campo. Que condições de seleção produzem a iluminação? Será a integração de tudo o que existia antes?

AC: Não sei se podemos conservar a imagem de uma interferência construtiva, tal como a adotei anteriormente. A iluminação, quando se produz, não incide apenas sobre o objeto em questão, tomado em sua novidade, mas também sobre a sua coerência com o que o cérebro já compreendeu e conhece bem.

JPC: E as diferenças? Não deparamos com uma estrutura já conhecida. Assim, não há apenas conformidade. O objeto é novo, e assim mesmo se integra a tudo o que já conhecemos.

AC: Não sei como dizer. Não necessitamos mais de um mecanismo de avaliação em função de um objetivo determinado, mas de uma medida imediata dessa compatibilidade, antes mesmo que o pensamento refletido entre em jogo. Um mecanismo, complicado de entender, permite, sem o recurso ao pensamento racional, sentir a ressonância entre o novo objeto de pensamento e aqueles que estamos há muito habituados a manipular. Tudo isto, eu admito, é bem difícil de compreender...

JPC: Sim, mas uma máquina que seja criativa em matemática precisaria desses mecanismos.

AC: Exatamente. Caso contrário, seria um computador tradicional. É notável que o cérebro possa perceber essa coerência entre objetos diferentes, assim como a harmonia de um objeto que ele não conhecia antes. Contudo, não há identidade. E aí que reside, a meu ver, a coerência do mundo matemático.

JPC: É a congruência com outros objetos matemáticos que se encontram na memória a longo prazo.

AC: Parece-me apenas que é a prova da coerência do mundo matemático, de maneira independente do indivíduo.

JPC: É aí que eu queria te conduzir. Essa coerência intervém no processo de seleção, de início com base na não-contradição, e resulta então uma nova coerência.

AC: Não estou certo disto. Acredito somente que ela se manifesta por meio desse processo de seleção...

JPC: Não voltemos a esse debate! Acredito que a integração de um novo objeto em um conjunto abre um novo espaço de conhecimento... A iluminação, de algum modo, harmoniza vários níveis de organização do cérebro, como no caso da contemplação da obra de arte. Mas, como definir essa forma de gozo estético que certos quadros nos propiciam?[7] Ela parece se explicar mediante múltiplas

ressonâncias entre diversos níveis, ligados ao mesmo tempo à racionalidade, ao entendimento e ao sistema límbico. A entrada em ressonância se produz quando o espectador se acha diante de uma estrutura "singular". Podemos conceber tal iluminação, então, como uma espécie de objeto mental interníveis, novo em relação a tudo o que possa existir, e que relaciona objetos mentais disjuntos.

AC: Concordo com a sua interpretação. Gostaria porém que você a precisasse mais.

JPC: Essa metáfora se aplica tanto à obra de arte quanto, em certa medida, à iluminação matemática. A iluminação é tanto mais forte quanto é novo o objeto que surge, e invade um domínio já ocupado por estruturas latentes. Você afirma que essas estruturas se encontram dadas para que ele surja...

AC: Sim, mas elas não são internas ao cérebro. São próprias ao mundo matemático.

JPC: Existindo ou não no mundo exterior, a matemática está no cérebro no momento da iluminação.

AC: De fato. Eu queria dizer apenas, para voltar à nossa discussão do início, que, depois de ter passado pela experiência da iluminação, é difícil não acreditar na existência de uma harmonia independente do cérebro, e que nada deve à criação individual.

JPC: É subjetivo. Acredito que não podemos dizer que A Pietà, de Michelângelo, exista antes que Michelângelo a tenha feito. Retomemos uma vez mais a metáfora artística. Sentimos uma "iluminação" quando vemos pela primeira vez o Juízo Final. Mas é absurdo dizer que esse quadro existia antes que Michelângelo o tivesse pintado. O mesmo na matemática...

AC: Há alguma verdade no que você diz. Assim mesmo, penso que existe uma diferença fundamental entre a harmonia que sentimos diante de A Pietà de Michelângelo e o que sentimos, numa bela noite de verão, ao verificarmos, com auxílio de uma luneta astronômica e de uma calculadora, que os quatro satélites de Júpiter giram em torno desse planeta obedecendo às leis de Kepler. Parece-me bem difícil admitir que esse gênero de harmonia cósmica seja uma produção do gênero humano. Vou ao ponto de dizer, até, pelo contrário, que essa harmonia preestabelecida, bem anterior ao homem, provavelmente contribuiu, através da "misteriosa profundidade das noites estreladas", para suscitar a curiosidade metafísica. Mas voltemos à iluminação.

JPC: Mais uma vez, não confundamos a existência de regularidades no mundo material e sua expressão, em termos aproximativos, por meio de equações matemáticas, produtos do cérebro do homem. Para progredirmos no plano teórico, seria interessante definir talvez seja uma das grandes vantagens do modelo darwiniano as propriedades do gerador de diversidade, e seu modo de funcionamento na fixação das intenções, no recrutamento de objetos de memória no compartimento a longo prazo, e sobretudo os seus critérios de seleção. De que modo você concebe essa função de seleção? Se não é uma função de avaliação, de que se trata? Existe de qualquer modo uma avaliação de uma coerência que é preciso verificar, validar... Não é a plausibilidade de uma hipótese?

AC: É notável que essa avaliação da coerência matemática se produza de maneira instantânea. Em uma fração de segundo, surge não apenas a plausibilidade, mas também a certeza da adequação do que se buscou com o que se procura. Não é um reflexo, mas isto se produz na mesma velocidade.

JPC: Voltamos a encontrar o reconhecimento dos rostos. Não o de um rosto conhecido, mas o de um desconhecido que convém.

AC: E precisamente isso, eu creio, o que distingue o segundo nível do terceiro. O segundo é capaz de reconhecer o que resolve um problema fixado de antemão com os meios elaborados por uma estratégia. Já o terceiro é capaz de compreender a harmonia e a potência de um novo objeto, que não corresponde necessariamente a um problema específico.

Notas

1 GROOT, A. de. Thought and Choice in Chess. New York: Basic Books, 1965. Ver igualmente HOFSTADTER, D. Gödel, Escher, Bach. Paris: Interéditions, 1985.
2 BARLOW, H. Simple units and sensations: a neuron doctrine for perceptual physiology? Perception, n.l, p.371-94, 1972.
3 PERRET, D. I., MISTLIN, A. J., CHI 1 1 Y, A. J. Visual neurones responsive to faces. Trends in Neurose., n.10, p.358-64, 1987. DESIMONE, R,, ALBRIGHT, T. D., GROSS, C. G., BRUCE, C. Stimulus selective perspectives of inferior temporal neurones in the macaque.]. Neurose., n.4, p.2051-62,1984.
4 GRAY, C. M., KÖNIG, P., ENGEL, A. K., SINGER, W. Oscillatory responses in cat visual cortex exhibit inter-columnar synchronization which reflects global stimulus properties. Nature, n.338, p.334-7,1989.
5 POINCARÉ, H., op. cit, 1908.
6 DEHAENE, S., CHANGEUX, J.-P., op. cit, 1989 e 1991.
7 CHANGEUX, J.-P., Raison et plaisir, op. cit., p.158.

CAPÍTULO 6 - AS MÁQUINAS DE PENSAR

Máquinas inteligentes?

JEAN-PIERRE CHANGEUX: O próprio título deste encontro coloca o problema essencial da relação entre o cérebro e a máquina e, de modo mais geral, das ciências exatas com o cérebro, e seu funcionamento. No campo das máquinas de pensar, podemos distinguir pelo menos três abordagens.
A primeira, a da *inteligência artificial*, propõe-se a simular as funções superiores do cérebro, da inteligência humana, com auxílio de um computador. De algum modo, trata-se de substituir o cérebro do homem por uma máquina. Os êxitos da inteligência artificial são numerosos: robôs que pintam automóveis, computadores que comandam as viagens de naves espaciais até Marte, e além dele, sistemas especializados que informam sobre os mais recentes progressos da medicina etc. Todavia, a inteligência artificial não tem a ambição de compreender como o cérebro humano funciona, mas apenas "simular" algumas de suas funções. Esse procedimento é de um alcance bem limitado.
A segunda abordagem esforça-se em modelizar o cérebro humano e suas funções. Consiste em um trabalho de pesquisa mais profundo, que supõe a contribuição multidisciplinar de competências provenientes da matemática, da física, da neurobiologia e da psicologia. Semelhante modelização explora dados de ordem anatômica e fisiológica, os resultados da biologia molecular e, é claro, a observação do comportamento que concerne aos campos da psicologia e da etologia. Está ainda pouco avançada. Dispomos no entanto de modelos bastante bons no que diz respeito a alguns mecanismos elementares, como a propagação do influxo nervoso (modelo de Hodgkin & Huxley), ou as transições alostéricas de receptores pós-sinápticos, mas também de sistemas compostos de poucas células nervosas, como as que intervêm no nado da lampreia,[1] a captura de uma informação visual por meio de uma retina artificial, ou, por fim, o aprendizado do canto nos pássaros.[2] Acredito que essa abordagem é de longe a mais importante. Se discutimos juntos esse tema é porque podemos dar as nossas contribuições respectivas nesse campo.

Tratemos da terceira abordagem, a das *máquinas neuromiméticas*. O projeto é o seguinte: uma vez estabelecidos, a partir do objeto natural que constitui o cérebro e seus neurônios, os modelos teóricos das funções cerebrais, a questão é, com base em arquiteturas neurais reais, construir máquinas capazes de condutas autenticamente inteligentes.

Três abordagens, portanto, mas ainda pouquíssimos resultados. As arquiteturas utilizadas permanecem muito simplistas: algumas camadas de células nervosas, mecanismos elementares rudimentares, e assim por diante.

ALAIN CONNES: A segunda não é dependente da terceira?

JPC: Sim. O terceiro enfoque é de certo modo uma verificação do segundo. Para mostrar que um modelo teórico é adequado, é preciso "experimentá-lo", construindo uma máquina cuja performance

se assemelhe à do cérebro humano. Podemos considerar, com efeito, que a terceira abordagem completa a segunda. Mas eu gostaria agora que examinássemos juntos três questões. A primeira concerne ao teorema de Gödel, a segunda, à máquina de Turing, e a última, às diferenças ou semelhanças entre o cérebro humano e as máquinas que hoje ele consegue construir.

O teorema de Gödel

JPC: Nas obras que tratam de biologia, o teorema de Gödel é invocado com frequência para moderar as ambições dos neurobiólogos, ou mesmo para questionar o enfoque destes. Serve nesse caso para justificar a ideia segundo a qual "o espírito humano" sempre resistirá à ciência. François Jacob escreve, por exemplo: "Podemos ter certeza de que as reações que caracterizam a atividade do cérebro parecerão aos bioquímicos tão banais quanto as da digestão, mas descrever em termos de física e de química um movimento da consciência, um sentimento, uma decisão, uma lembrança, é algo bem diferente. Nada assegura que se consiga algum dia, não somente devido à complexidade, mas também porque sabemos desde Gödel que um sistema lógico não pode bastar para sua própria descrição".[3] Por outro lado, conhecemos o célebre aforisma de Cabanis: "O cérebro secreta o pensamento como o fígado a bílis". Quanto a mim, partilho o ponto de vista de François Jacob sobre a bioquímica do cérebro, e sobre o caráter relativamente banal das moléculas que contribuem para a estrutura e para as funções elementares de nosso cérebro. Os dados que foram obtidos desde 1970 o demonstram. Mas não compartilho com ele quanto à aplicação do teorema de Gödel às neurociências. Um problema metodológico interessante poderia, é claro, colocar-se se o neurobiólogo examinasse seu próprio cérebro examinando-se. Contudo, não vejo, no estado atual da ciência, obstáculo fundamental ao estudo do funcionamento cerebral de um colega, ou do teu, por exemplo, com auxílio de métodos de projeção não invasivos ou, melhor, de uma espécie animal próxima do homem, como o macaco, por meio de métodos da neurofisiologia experimental. Pela boa razão de que o método dito de redução ou, melhor ainda, de reconstrução, que todos nós empregamos nas ciências experimentais, consiste em buscar a explicação em um nível inferior ao daquele que queremos explicar. Baseamo-nos então na organização, nas regras de interação e nas propriedades dos elementos que compõem o nível inferior, a fim de explicar as propriedades do nível superior. O neurobiólogo procura assim as bases neurais das funções superiores do cérebro humano. E, nesse estágio, do meu ponto de vista, nenhum obstáculo teórico se apresenta. Os principais obstáculos, me parece, residem bem mais na complexidade da organização do cérebro, em sua variabilidade de um indivíduo a outro, e na eventual interferência dos meios de observação com o funcionamento cerebral. Reencontramos esse problema, aliás, na física, em que os métodos de observação também podem interferir com os objetos observados.
Voltemos ao teorema de Gödel. Podemos considerar que sua tradução matemática está contida no célebre paradoxo filosófico: "Todos os cretenses são mentirosos, diz Epimênides, pensador cretense". E impossível decidir se essa asserção é verdadeira ou falsa. Encontramo-nos então em uma situação de incapacidade de decisão. Como você define o teorema de Gödel? De que modo você o aplicaria às neurociências e, em particular, à modelização do funcionamento cerebral, do cérebro que produz matemática?

AC: Que eu saiba, há dois resultados fundamentais de Gödel no que concerne à impossibilidade, como dizia F. Jacob, para um sistema lógico de bastar para sua própria descrição. O primeiro indica que é impossível, devido a um mecanismo de auto referência, demonstrar que a teoria dos conjuntos

é não-contraditória. Isto é verdadeiro, aliás para toda teoria, mesmo a mais rudimentar, contanto que ela contenha certos axiomas bem simples. Em seguida, vem o teorema da incompletude. Para explicar o segundo resultado, preciso primeiramente especificar o que é, em um sistema de axiomas como o da teoria dos conjuntos, uma proposição inelidível. Gostaria, para explicar isso, de contar uma pequena história. Por vários anos, fui, todas as quintas-feiras, até a casa de um amigo matemático, que pensava ter demonstrado um teorema. Ele trabalhava sobre o problema, que tem o nome de um matemático polonês do pré-guerra, de saber se o conjunto ordenado dos números reais é caracterizado por uma certa propriedade. Durante quase 30 anos esse problema ocupou meu amigo. E toda quinta-feira, quando eu ia vê-lo, ele propunha uma solução. Pensava ter obtido uma demonstração e, a cada vez, procedíamos da mesma maneira. Ele me propunha sua solução, com frequência sob forma escrita. Eu procurava o erro. As vezes, eu encontrava de imediato, às vezes precisávamos voltar a falar a respeito na semana seguinte. E toda vez ele recomeçava, modificava sua demonstração, sempre de novo. De fato, desde o início, eu sabia que toda demonstração era impossível. Mas sabia também que era impossível para mim mostrar o seu erro fornecendo-lhe um contraexemplo. Por quê? Porque havia sido demonstrado, nos anos 60, que esse problema é inelidível. Isso acontece às vezes na matemática. No caso preciso, sabemos que, se acrescentarmos aos axiomas da teoria dos conjuntos um outro, por exemplo do contínuo, poderemos demonstrar que a resposta ao problema é sim. Porém, se acrescentarmos um outro axioma conveniente, poderemos demonstrar então que a resposta é não. Em outros termos, a situação é tal que é impossível a um matemático, sem adicionar outros axiomas aos da teoria dos conjuntos, demonstrar o resultado. Contudo, era igualmente impossível para mim fornecer-lhe um contraexemplo sem utilizar um axioma adicional, ao qual lhe era fácil opor-se. E indispensável compreender o que é a indecidibilidade. Tem sempre um sentido...

JPC:... no interior de um dado sistema de axiomas.

AC: Beatamente. Um enunciado é indecidível se pudermos adicionar seja sua veracidade, seja sua falsidade, sem contradizer os axiomas com os quais trabalhamos cotidianamente, além de uma contradição possível da teoria dos conjuntos.

JPC: Os axiomas internos ao sistema não bastam portanto para a decisão.

AC: Sim. Podemos agora enunciar o teorema da incompletude de Gödel. Ele afirma que, quaisquer que sejam os axiomas, em número finito ou dados de maneira recorrente, existem sempre questões às quais não podemos responder, que permanecem indecidíveis, e para as quais nos faltarão informações. Em outros termos, o teorema de Gödel especifica que é impossível tomar um número finito de axiomas de tal modo que toda questão seja decidível. O que não significa que não podemos analisar uma questão a partir do que sabemos, mas que o número de questões interessantes e novas que precisarão ser adicionadas à resposta é infinito. Eis como se deve compreender o teorema de Gödel. Seria um erro, acredito, deduzir disto que o poder da máquina humana é limitado. O teorema afirma apenas que, com um número finito de axiomas não podemos ter resposta para tudo. Porém, se uma questão não é decidível, sob condição de tê-la demonstrado, poderemos atribuir-lhe uma resposta e continuar a raciocinar.
Isto significa que cada nova questão indecidível propicia uma bifurcação, a partir do momento em que escolhemos uma resposta positiva ou negativa. O mundo no qual nos movemos comporta

diversas bifurcações possíveis. Este é todo o seu significado. Uma vez atribuída uma resposta à questão, podemos continuar e nos colocar novas questões. Antigas questões que não o eram tornam-se então decidíveis... Cada questão indecidível cria uma bifurcação e impõe uma escolha. Por exemplo, no teorema de Paul Cohen sobre a hipótese do contínuo ocorre uma bifurcação: escolhe-se ou que não existem números cardinais entre o divisível e o contínuo, ou que existem trinta e seis deles. A primeira resposta se impõe por sua simplicidade. Mas é muito importante que as escolhas de resposta incidam sobre as questões mais primitivas possíveis, e existem de fato questões mais primitivas do que a do contínuo.

JPC: Você não vê obstáculo teórico fundamental...

AC: Por ora, trato apenas do problema da indecidibilidade. Diante de questões indecidíveis como a do contínuo é preciso conseguir formular uma hipótese que as torne decidíveis, e depois testar as consequências dessa hipótese e sua capacidade de esclarecer outras questões. Por exemplo, se utilizarmos a hipótese do contínuo, podemos demonstrar - é um resultado de G. Mokobodski - que é impossível atribuir um limite $Lim_w (a_n)$ a toda sequência limitada de números reais, de tal modo que Limite inferior (a_n) <= $Lim_w (a_n)$ <= Limite superior (a_n) e que Lim_w depende mensuravelmente de (a_n) e comuta com a integral. E um resultado bastante útil na matemática que utilizo. Quando acrescentamos uma hipótese como a do contínuo, é preciso evidentemente assegurarmo-nos de sua indecidibilidade, ou seja, de duas coisas: por um lado, ela não deve resultar dos axiomas precedentes - este é um teorema de P. Cohen para a hipótese do contínuo - e, por outro, a sua negação não deve resultar dos axiomas precedentes, o que, pela hipótese do contínuo, é um resultado de K. Gödel. De fato, demonstram-se sempre esses resultados supondo que a teoria dos conjuntos é não-contraditória. Mas considero que não é pertinente utilizar o teorema da incompletude para limitar nosso mecanismo de compreensão. Deve-se compreender simplesmente que haverá escolhas a fazer e que não poderemos utilizar um procedimento recorrente para efetuá-las de uma vez por todas. Eis o que significa esse teorema.

JPC: A resposta é uma alternativa. Esse teorema incide mais sobre o processo de aquisição de conhecimento do que sobre uma impossibilidade lógica ou epistemológica. Os neurobiólogos podem então ter certeza. Mais cedo ou mais tarde, compreenderemos o funcionamento do cérebro!

AC: Esse teorema define uma espécie de horizonte de compreensão determinado pelo número finito de escolhas já efetuadas. Quanto maior o número, mais distante o horizonte. Não se deve ter uma visão estática segundo a qual deveria existir, de uma vez por todas, um número finito de axiomas fornecendo respostas para tudo. A nossa compreensão, pelo contrário, é dinâmica. Cada vez que ela aumenta podemos fornecer respostas a um número cada vez maior de questões, podemos escolher a cada nova bifurcação, de modo que nosso horizonte se amplie. E ilusório, evidentemente, pensar que um dia teremos compreendido tudo. É o problema da ciência em geral. Mas não devemos nos deixar limitar e desencorajar pelo enunciado desse teorema.
De fato, em sua formulação mais profunda, o teorema da incompletude de Gödel mostra que não podemos reduzir a matemática a uma linguagem formal. No início do século, os matemáticos buscaram precisar o que é uma demonstração no campo da matemática. Hilbert construiu uma linguagem artificial baseada em um alfabeto finito, um número finito de regras de inferência lógica e de proposições que se supõem verdadeiras ou axiomáticas. A partir de um tal sistema, ou linguagem

formal, um algoritmo universal permite decidir sobre a validade de uma demonstração formulada nessa linguagem. Podemos assim, pelo menos em teoria, estabelecer a lista de todos os teoremas demonstráveis em tal linguagem formal. Hilbert esperava poder reduzir os teoremas matemáticos aos que são demonstráveis em uma linguagem formal adequada. O teorema de Gödel mostra que é impossível. Qualquer que seja a complexidade de um sistema formal, sempre haverá um enunciado incidindo sobre os números inteiros positivos, que será ao mesmo tempo verdadeiro e indemonstrável no sistema formal. Insistiu-se bastante sobre o aspecto negativo desse teorema, que torna impossível uma definição clara do que é uma demonstração. Porém, poderíamos concebê-lo sob o seguinte ângulo: as proposições verdadeiras que incidam sobre os números inteiros positivos não podem ser reduzidas, via inferência lógica, a um número finito de axiomas. Logo, a quantidade de informações contida no conjunto de todas essas proposições é infinita. Não seria isto uma característica de uma realidade independente de toda criação humana?
Mas examinemos o problema da introspecção. Desde o início da teoria dos conjuntos, paradoxos, como o de Russel, obrigam a hierarquizar as proposições lógicas de acordo com tipos sucessivos. Esse paradoxo surge desde o momento em que incorremos em erros de sintaxe. Por exemplo, se o conjunto de todos os conjuntos formasse um conjunto, poderíamos considerar uma parte dele, que seria o conjunto dos conjuntos que se contêm como elementos, que teria como complementar o conjunto dos conjuntos que não se contêm como elementos. O paradoxo surge quando nos perguntamos se esse conjunto se contém ou não se contém como elemento. Para responder a isso, basta hierarquizar os elementos, em lógica, de acordo com um tipo diferente daquele dos conjuntos. Começamos pelos elementos de tipo 0. Em seguida, vêm os conjuntos de tipo 1. Essa distinção entre tipos de níveis diferentes permite evitar misturá-los. Torna-se impossível, então, falar do conjunto de todos os conjuntos, noção que representa um erro de sintaxe. Quando a lógica é hierarquizada, o paradoxo desaparece.

JPC: Trata-se, de certo modo, de criar uma ordem.

AC: A sucessão dos tipos permite uma hierarquia nos mecanismos de pensamento: consideram-se os elementos como mais simples, menos elevados que os conjuntos.

JPC: Não podemos raciocinar nos dois sentidos.

AC: Não podemos colocar no mesmo plano um elemento e um conjunto. Em especial, não podemos colocar a questão do conjunto dos conjuntos que se contêm como elementos. Um procedimento análogo deve poder ser aplicado ao problema da introspecção do cérebro compreendendo a si mesmo, e desse modo eliminar esse suposto paradoxo.

JPC: Logo, ele não é indecidível.

AC: Não se trata aqui de indecidibilidade. O paradoxo resulta de um erro de sintaxe. Compreendeu-se que era preciso formular a lógica da teoria dos conjuntos, de tal modo que esse paradoxo seja eliminado. E ele é eliminado a partir do momento em que as questões são formuladas levando em conta a hierarquia.

JPC: Você toma o paradoxo decidível adicionando-lhe hipóteses.

AC: E um paradoxo que força a conceber uma noção mais refinada dos objetos lógicos, e a introduzir uma hierarquia entre eles.

JPC: Passemos à segunda questão.

AC: Sim. Em que sentido o teorema de Gödel impõe um limite à compreensão do funcionamento cerebral? Os matemáticos[4] compreenderam, analisando a noção de sequência aleatória, o estreito vínculo que existe entre o teorema de Gödel e a teoria da informação, inventada no início dos anos 50. A um ponto que podemos considerar esse teorema uma consequência das exigências impostas pela teoria da informação, devido à finitude da complexidade de todo sistema formal. Assim, das duas limitações apresentadas por F. Jacob, a complexidade e o teorema de Gödel, a segunda é a consequência da primeira. Podemos formular, então, uma resposta a essas limitações. Introduzimos, de início, para evitar o paradoxo de introspecção, uma hierarquia entre cérebros analisados (tipo 0) e cérebros analisantes (tipo 1)... Além disso, ao utilizar o caráter evolutivo da máquina humana, a possibilidade de comparar um número enorme de cérebros, e a ajuda eventual da informática para classificar os dados, mostra-se desse modo que a complexidade do "cérebro analisante" não é em absoluto limitada por aquela do "cérebro analisado", o que elimina a objeção inicial de F. Jacob.

A máquina de pensar de Turing

JPC: Falemos da máquina de Turing.

AC: Cabe a você me lembrar o que é ela.

JPC: Turing foi um matemático excepcional. Os seus trabalhos ainda servem de inspiração a muitos biólogos. Ele foi um dos raros criadores no campo da matemática a propor teorias cuja aplicação na biologia foi decisiva. E o caso, por exemplo, no que se refere a sua teoria da morfogênese por meio de rupturas de simetria. Com base em um sistema de reações químicas acopladas, ele conseguiu mostrar como se pode criar, espontaneamente, uma forma a partir de um sistema isótropo. Aliás, ele colocou o problema para si mesmo de maneira bem concreta e divertida, esforçando-se por explicar como se pode formar, a partir de um ovo esférico, uma hidra com boca rodeada por seis tentáculos! Problemas biológicos bem concretos e precisos podem, como se vê, inspirar teorias matemáticas originais. Mas, ele foi também um dos primeiros a formular a teoria das máquinas informáticas, computadores como os que utilizamos hoje. Essa teoria é sempre objeto de um debate muito vívido entre psicólogos e neurobiólogos, e coloca o problema de saber se algum dia poderemos construir uma máquina de Turing, com performance idêntica à do cérebro humano, e se o cérebro humano é por sua vez uma máquina de Turing. O artigo deste último começa, por sinal, com esta frase: "Proponho que se reflita sobre a questão: podem as máquinas pensar?". E precisamente a questão que nos colocamos um ao outro.
Para começar, o que é uma máquina de Turing? Tal como ele a descreve em seu artigo de 1936, ela lê e escreve símbolos discretos, quadrados, sobre uma fita que serve para dar entrada na máquina. Ela armazena símbolos, e serve de memória. Mas serve também de saída. A máquina efetua três operações: lê os símbolos, os substitui e acrescenta outros. E uma fita que, em teoria, não possui limites, e que define de certo modo o programa. De quebra, Turing define o programa, ou software...

AC: Ela é capaz de reler o que ela faz?

JPC: Sim, é capaz.

AC: A fita passa uma só vez, ou retorna?

JPC: Pode repassar indefinidamente. Contém o programa, ou software, ao passo que o resto da máquina, "no duro", constitui o hardware. Estamos diante de um computador, tal como se constrói hoje.

AC: Sem fornecer o mecanismo que a máquina utiliza.

JPC: E o problema. Essa máquina é uma calculadora numérica, que utiliza quantidades sob forma descontínua. Difere nisto das calculadoras *analógicas*, que medem quantidades físicas. Uma calculadora numérica - e é um ponto muito importante da teoria de Turing - é capaz de imitar qualquer outra máquina que opere com quantidades descontínuas. E portanto uma máquina universal, já que qualquer processo que seja pode ser representado na forma de uma série de instruções que permitem a manipulação de elementos descontínuos. Qualquer processo desse gênero pode, em princípio, ser reproduzido por uma máquina de Turing. Mesmo uma calculadora analógica pode ser simulada por uma calculadora numérica.
A questão que se coloca agora é sobre a validade das teses denominadas teses de Church e Turing, de acordo com as quais o que pode ser calculado por um ser humano pode também sê-lo por uma máquina, o que pode ser calculado por uma máquina pode igualmente sê-lo em um programa recorrente geral ou parcial e, enfim, o que pode ser calculado por um ser humano pode sê-lo também por esse programa. Isto é o mesmo que dizer que devemos poder identificar o cérebro e seu funcionamento a uma máquina de Turing. A doutrina do funcionalismo, muito estimada pelos psicólogos cognitivos como Johnson-Laird, afirma que a psicologia se reduz ao estudo dos programas, e que ela é portanto independente da neurofisiologia, já que esta estuda a máquina e seu código. Tudo o que concerne ao psiquismo faria parte, então, do software, ao passo que o cérebro, com seus neurônios e suas sinapses, constituiria o hardware. Por conseguinte, este último apresenta pouco interesse para os funcionalistas, que chegam ao ponto de concluir que a natureza física do cérebro não exerce "nenhuma influência sobre a organização do pensamento".[5] De acordo com essa doutrina, em moda no campo das ciências cognitivas, pouco importa que o cérebro seja formado de proteínas ou de silicone, pouco importa o número e a natureza de seus neurônios. Contam apenas os algoritmos aos quais se identificam as funções cerebrais. Interessar-se pelo substrato neurobiológico é perda de tempo!

A teoria da matriz S da física, homóloga do funcionalismo da psicologia?

AC: Podemos estabelecer um paralelo entre as duas atitudes que você acaba de contrapor e suas homólogas na teoria dos campos. Essa teoria se esforça em compreender o mecanismo de interação das partículas elementares. Duas tendências se contrapõem.

JPC: Você pode explicar, para começar, o que é a teoria dos campos?

AC: Quando se mexe com mecânica quântica, e procura-se tomá-la relativista, percebe-se que partículas criam-se e destroem-se automaticamente. O número de partículas, contrariamente ao que se passa na química, não é constante. E necessário, portanto, para abordar mesmo fenômenos bem simples, estudar não as partículas isoladas, mas campos, que dependem de uma infinidade de variáveis. Essa teoria bem complexa conheceu um imenso sucesso. Mas, acima de tudo, é gritante a analogia entre a doutrina do funcionalismo e a teoria da matriz S de Heisenberg. Pouco importa, segundo essa doutrina, o que acontece no momento dos choques das partículas: conta apenas a matriz que faz passar do estado inicial do sistema, constituído, por exemplo, de cerca de 15 partículas livres das quais se conhece os impulsos e as massas, ao estado final, também ele apresentado sob forma de partículas livres. Essa matriz associa um número complexo a todo par (i,f), formado de um estado inicial e de um estado final. A probabilidade associada a esse par é o quadrado do módulo desse número complexo. A teoria propõe analisar as propriedades dessa matriz, sem que seja conhecido de maneira precisa o mecanismo que rege as interações em ação no momento das colisões. Compreender a matriz S não significa afirmar que compreendemos o que acontece, mas que dispomos de um modelo que fornece resultados adequados à realidade experimental.

JPC: E o que se chama de uma fenomenologia.

AC: Sim.

JPC: As interações ocorrem em uma "caixa preta", com a qual não nos preocupamos. Os funcionalistas se interessam pelo cérebro da mesma maneira!

AC: É exato. Esse procedimento introduz um certo número de simplificações e de complicações. Consegue-se desse modo formular os problemas de maneira mais simples porque os detalhes do mecanismo são deixados de lado. No entanto, o número de soluções possíveis para o problema colocado é de tal modo grande que nos perdemos. Como o desenvolvimento da física bem mostrou, essa teoria, tomada isoladamente, não basta. Mas tem sua utilidade se, ao nos esforçarmos para compreender os fenômenos, em termos de teoria fundamental, conservamos como objetivo o cálculo dessa matriz S. Não devemos eliminar totalmente esse ponto de vista. A física mostrou, pelo contrário, que, de tempos em tempos, tal ponto de vista era rico em ensinamentos. Hoje, a teoria das cordas está em voga. Saiu justamente da matriz S. Veneziano encontrou uma matriz S que verifica certas propriedades importantes, e que permite adivinhar o que deve ocorrer no mecanismo de interação. A teoria das cordas, de resto, é bastante estranha pois poderia muito bem desaparecer de um dia para o outro e não ter aplicação alguma. De fato, ela não tem nenhum contato com a experiência.

JPC: Para o neurobiólogo que sou, as teses funcionalistas são úteis, pois permitem definir melhor uma função. Na melhor das hipóteses, elas a apresentam sob uma forma quantificada. E fisiologia, de algum modo. Mede-se a função "do exterior", sem entrar no mecanismo "interno".

AC: Exatamente. O que analisamos são os produtos da "caixa preta", seus comportamentos.

JPC: Para mim, esta é uma definição funcional do problema, que é boa. O modelo neural que será proposto deverá dar conta dessas funções. Estou portanto inteiramente de acordo com você. Não

nego o interesse de uma abordagem experimental que quantifique as funções. Mas me oponho a uma óptica exclusiva de acordo com a qual a descrição da função constituiria uma "explicação" suficiente. Tocamos aqui em um problema que merece atenção.
Se as teses funcionalistas fossem exatas, uma função cerebral se identificaria a um algoritmo matemático, ou mesmo a vários. Mas, podemos identificar a realidade exterior a idealidades matemáticas? Essas idealidades descrevem de modo integral os fenômenos? Você mesmo resiste a essa ideia, já que você pensa que os modelos matemáticos utilizados pela física não fornecem uma representação integral da realidade física, que eles não esgotam. O funcionalismo me parece mais um método de abordagem das funções cerebrais que uma filosofia. Os seus defensores se deparam com um obstáculo epistemológico considerável: pode um algoritmo matemático ser identificado a uma propriedade física do cérebro?

AC: Está claro, também na física, que contentar-se com a matriz S é retroceder em relação à teoria dos campos. Porém, os funcionalistas com certeza têm algo a dizer quando se trata de especificar que resultados experimentais são reprodutíveis, quais são as quantidades que devem interessar.

JPC: Justamente. Mas eles vão além. Pensam, por exemplo, que a descrição de um raciocínio, ou a construção de uma frase por algoritmo de cálculo e sua simulação por uma máquina de Turing são suficientes para compreender como funciona o pensamento.

AC: Já temos a resposta. Basta reportarmo-nos aos três níveis aos quais já nos referimos. A faculdade de reproduzir uma frase pertence ao primeiro nível. O mecanismo que permite reproduzi-la já estava dado antes. Contudo, saber mudar de estratégia em caso de erro é bem diferente. Esse tipo de mecanismo manifestamente remete ao primeiro nível. Se acreditamos ter compreendido o cérebro porque compreendemos o primeiro nível, é evidente que incorremos em um grave erro. Mesmo no primeiro nível, a máquina de Turing não resolve nada, pois ela não leva em conta o problema da complexidade dos algoritmos.[6]

JPC: Assim, enterramos o funcionalismo.

AC: Não completamente. Ele pode ser útil para precisar as quantidades que é bom estudar. Avaliar uma teoria em termos funcionais pode ser interessante. Mas não podemos nos contentar com um procedimento funcionalista.

JPC: Seria defender um ponto de vista muito conservador. A história mostrou, com efeito, que analisar níveis subjacentes àquele que procuramos explicar, que penetrar no interior da "caixa preta" e dissecá-la para reduzir e depois reconstruir um processo fisiológico, fez sistematicamente progredir o conhecimento em todos os domínios.

AC: E verdade também para a teoria dos campos.

O cérebro do homem é um computador?

JPC: Causa satisfação constatar a nossa total convergência a esse respeito. Tratemos agora do último ponto: a diferença entre o cérebro humano e as "máquinas de pensar" atuais. Os computadores de que

dispomos têm uma performance muito boa para certas operações. Por exemplo, eles calculam com extrema rapidez, fazem multiplicações de dez dígitos em alguns segundos, ou mesmo em fracções de segundo. Mas são evidentemente limitados em outros domínios. Um computador terá uma enorme dificuldade, por exemplo, em reconhecer uma papoula em uma floresta, ou uma borboleta na selva, ao passo que o homem o faz instantaneamente. Aponta-se com frequência, também, que as máquinas são desprovidas de "afetividade", de "corpo"! Mas, principalmente, que são incapazes de antecipação, de intencionalidade, que não podem construir o seu programa sem "mestre" exterior. As suas faculdades de auto-organização são bem reduzidas, ou mesmo inexistentes. Eu gostaria de saber o que você pensa a respeito, você que pratica o xadrez tendo por adversário uma máquina que sabe jogar se não melhor do que o homem, tão bem quanto.
Os computadores utilizados atualmente carecem, ao que parece, de duas propriedades que o cérebro humano possui. Podemos observar, antes de mais nada, que, no cérebro, o programa e a máquina para empregar o modelo de Turing estão, desde os primeiros estágios do desenvolvimento, muito imbricados com a arquitetura conexionai. E difícil, se não impossível, definir um programa independente da conectividade da máquina cerebral. Os objetos dos sentidos se depõem progressivamente na memória a longo prazo, durante o desenvolvimento. O hardware se constrói de maneira progressiva, em função da composição genética do indivíduo, mas também da constante interação com o mundo exterior. Mas, acima de tudo, propriedade que se encontra no centro de nossas discussões, o cérebro se comporta como uma máquina evolutiva. Ele evolui, segundo um modelo darwiniano, simultaneamente a vários níveis, e de acordo com várias escalas de tempo. Eis o que, a meu ver, diferencia o cérebro das máquinas atualmente construídas. Sem falar, é claro, da intencionalidade, propriedade ligada à evolução, e pouco tratada porque remete ao nível de organização mais elevado. O que, segundo você, diferencia o cérebro humano das máquinas construídas em nossos dias? E como conceber uma que se aproximasse do cérebro humano?

AC: Examinemos em primeiro lugar o caso das máquinas que jogam xadrez. A intencionalidade é bem simples nesse caso: ganhar a partida. É uma coisa extremamente simples de definir. Definir uma função de avaliação que considera a que ponto se está próximo da intenção perseguida durante o jogo é relativamente fácil. Pode-se construir, portanto, uma máquina que utilize uma função de avaliação determinada por essa intencionalidade bem definida. No caso do cérebro, pelo contrário, a intencionalidade muda conforme os problemas que se apresentam. O cérebro deve, desse modo, criar ele mesmo a função de avaliação adequada a uma dada intencionalidade. De modo mais preciso, ele deve poder apreciar se essa função de avaliação se adapta à intencionalidade dada. Ele deve, por conseguinte, ignoro como, possuir uma função de avaliação de funções de avaliação!

JPC: É o que se pode chamar, com Granger, a razão estratégica.

AC: Sim, mas eu queria estabelecer uma hierarquia. De um lado, temos as funções de avaliação. Uma função de avaliação pode ser identificada a um objetivo. Atribuir-se uma intencionalidade consiste, mais ou menos, em se atribuir uma função de avaliação. Nem todas as funções de avaliação, é claro, são boas, pois algumas corresponderiam a intencionalidades contraditórias, ao passo que outras não seriam adaptadas a nenhuma intencionalidade. Mas podemos definir aproximadamente uma intencionalidade como uma função de avaliação coerente. Em uma dada situação, o cérebro deve poder elaborar ele mesmo esse tipo de função de avaliação. Deve ser capaz de criar ou, pelo menos, de escolher entre aquelas que já existem. E, para tanto, deve possuir ele próprio uma função de

avaliação estabelecida de uma vez por todas, que lhe possibilite saber se a função de avaliação que ele cria é adaptada ao objetivo que ele persegue.

JPC: Esse mecanismo supõe a memória.

AC: Com efeito, a memória, as experiências adquiridas. O cérebro deve se apoiar em analogias para comparar a situação presente com aquelas que ele conhecia antes.

JPC: Existe, de um lado, uma memória genética. O organismo humano, tal como se apresenta hoje, resulta de múltiplas gerações de organismos que, antes, já viveram esse tipo de experiência. A resposta a um novo problema que se apresenta se inscreve na memória dos gens. De outro lado, o cérebro se abre para a realidade exterior e, principalmente, pode servir-se da memória a longo prazo, que se depositou durante a experiência pós-natal.

AC: E no segundo nível que se coloca o problema fundamental. Qual pode ser o mecanismo que permite ao cérebro escolher uma função de avaliação apropriada a seu objetivo? Que critérios possibilitam a escolha? Enquanto não tivermos compreendido esse fenômeno, estaremos bem longe do segundo nível, como é o caso nas máquinas que existem atualmente.

JPC: Isto significa que elas não se encontram mesmo no terceiro nível.

AC: Elas estão apenas no primeiro nível. Permitem unicamente efetuar adições ou multiplicações, mesmo que extremamente complicadas, ou jogar bem o xadrez. Mas a função de avaliação, assim como a intencionalidade, é sempre dada de antemão. Nenhuma máquina é hoje capaz de construir ela mesma a função de avaliação adaptada à intencionalidade que lhe é proposta.

JPC: Os computadores atuais não são mesmo capazes de ter intenções.

AC: Não, já que não se encontram em interação evolutiva com o mundo físico. Apesar de sua memória, não têm outro passado além daquele que nós lhes impomos. São não-evolutivos. É certo que a afetividade intervém nesse fenômeno. Quando nos atribuímos um objetivo, é para termos prazer, a menos que sejamos masoquistas!

JPC: Essa capacidade de ter prazer é ela mesma determinada por nosso passado evolutivo. Se nós nos autodestruíssemos com prazer, é certo que não estaríamos aqui!

AC: Sem dúvida. Mas penso que o mecanismo que permite considerar se a função de avaliação é apropriada ao objetivo supõe a afetividade. Esta, com efeito, é necessária para que possamos apreciar o que se passou. A adaptação da função de avaliação ao objetivo proposto só pode se medir pelo prazer ou desprazer por ela provocado. Imaginemos, por exemplo, um jogador de xadrez que, ainda que seja capaz de calcular como um computador, escolha uma má função de avaliação. E evidente que ele ficará extremamente frustrado quando constatar que perde todas as partidas que disputa. A escolha de uma má função de avaliação só lhe terá trazido desprazer. Este, porém, só surgirá no final das partidas, e não antes. A sua função de avaliação inadaptada o impedirá de compreender, durante o jogo, que a sua posição é ruim, e que ele está em vias de perder. Contudo,

em vista do resultado final, ele compreenderá a inadequação de sua função de avaliação.

JPC: Não esqueçamos que esse sistema de avaliação interna (prazer/desprazer) é por sua vez predeterminado pelo passado evolutivo da espécie (ver Figura 33). Esses afetos já são determinados em sua reatividade aos sinais do mundo exterior e do mundo interior.

AC: Em nosso dias, as máquinas supõem todas uma intencionalidade predeterminada. Em virtude disso, elas permanecem no primeiro nível.

JPC: Mas então, como construir máquinas que alcancem o segundo nível?

Figura 33 - Expressão das emoções no macaco. As emoções sentidas e exprimidas pelo homem têm um passado evolutivo. Charles Darwin, em Expressão das emoções no homem e nos animais, analisou em detalhe as manifestações externas das emoções, em particular no rosto, no homem, e mostrou que muitas delas podem ser reconhecidas já no animal, no macaco em especial. A figura é extraída da edição francesa de 1877, desse texto.

Uma máquina que sofre e se autoavalia

AC: Posso apenas formular de maneira precisa o problema. Uma máquina desse tipo deveria estar em interação evolutiva com o mundo exterior. Deveria poder criar automaticamente uma função de avaliação correspondente a um objetivo dado do exterior. Deveria, portanto, ela mesma avaliar a estratégia por ela utilizada, e chegar a uma função de avaliação apta, caso dispusesse de uma memória e uma potência de cálculo suficientes para, por exemplo, jogar bem o xadrez.

JPC: Mas isto pode ser implementado? Essa ideia já foi formulada. Por que essas máquinas não existem? O obstáculo é teórico ou prático?

AC: Ignoro. Para mim, o único mecanismo que, no homem, permite aceder a esse segundo nível é justamente a afetividade.

JPC: Podemos imaginar uma máquina cujo prazer é medido por uma grandeza que varia, com um teto, um nível médio, de modo que a máquina otimize...

AC: Retomemos o caso do xadrez. Suponhamos que a máquina não disponha da função de avaliação que permite jogar bem xadrez. Ela dispõe de todos os movimentos possíveis, regras do jogo, e uma grande força de cálculo, mas não tem a vontade de ganhar. Como lhe inculcar isso? A cada lance, um bom computador avalia sua posição, assinala-a em uma escala e seleciona entre os lances possíveis aquele que exprime o maior valor da função de avaliação. A máquina que tentamos conceber não dispõe dessa função de avaliação. E preciso encontrar um sistema que lhe permita adquiri-lo. Seria preciso fazer que, no fim do jogo, quando ela perde ou se encontra em má posição, ela sinta uma dor...

JPC: Se ela sente uma dor, você já resolveu o problema.

AC: Não ainda. Ela reage somente ao resultado final do jogo.

JPC: Mas se você já inseriu na máquina o fato de que ela sofre quando perde, você tem a resposta.

AC: Não, porque ela sofre apenas no fim da partida.

JPC: Você já possui um elemento da resposta.

AC: Um pequeno elemento. A avaliação ocorre somente no final. É tudo.

JPC: Bastaria então que a máquina tivesse um pouco de memória, que ela "compreendesse" o que se deve fazer para atingir seu objetivo e, em seguida, que ela desenvolvesse as estratégias requeridas. Precisaria portanto de uma experiência. Dizer que a máquina sofre em caso de derrota já me parece resolver uma parte do problema.

AC: Se a máquina sofresse cada vez que ela joga mal, teríamos ganhado, teríamos encontrado a função de avaliação.

JPC: Eu creio que isso só seria possível após um certo número de experiências.

AC: Você quer dizer que ela construiria gradualmente a sua função de avaliação correlacionando os lances que ela jogou, tomados em separado, com o resultado de cada partida. Isto me parece razoável.

JPC: Você disse algo de muito importante: a sua máquina sofreria em caso de derrota.

AC: E um início. O sofrimento sentido no final permite um começo de avaliação. A função de avaliação assim criada atribuiria às partidas jogadas um resultado positivo em caso de vitória, negativo em caso de derrota. A máquina poderia igualmente, aliás, memorizar as partidas jogadas por outros jogadores tendo por única avaliação seu resultado final. Porém, deve-se compreender que uma partida de xadrez se joga pontualmente. Se uma partida comportasse quarenta lances para cada jogador, não é certamente pelo último que a máquina deveria começar a refletir. E pontualmente que ela deve fazê-lo. Quando nos atribuímos um determinado objetivo, não esperamos o resultado último

de nossas ações para avaliar a distância que nos separa ainda desse objetivo. Permanecemos constantemente despertos. A medida que avançamos, otimizamos pontualmente a nossa conduta em razão dos acontecimentos passados. A nossa máquina seria estúpida caso se contentasse em dizer: "Eu perco, eu ganho, eu perco, eu ganho", sem deduzir consequências pontuais. A reflexão é portanto, a meu ver, um mecanismo que permite reunir os resultados globais das partidas memorizadas a fim de criar uma função de avaliação pontual. A medida que os lances se delineiam, a memória se refere a partidas perdidas ou ganhas: a função de avaliação é desse modo criada. Se conseguíssemos construir uma máquina com esse mecanismo poderíamos modificar as regras do jogo, e fazê-la jogar novamente a fim de observar se ela se adapta. Seria um bom critério.

JPC: Essa máquina possuiria um gerador de hipótese.

AC: Sem dúvida. Mas esse gênero de gerador já existe nos computadores atuais.

JPC: O que lhes falta então?

AC: A função de avaliação!

JPC: Aprofundemos a questão da implementação de uma função de avaliação. E muito importante.

AC: Vou apresentar uma proposição precisa, infelizmente demasiado econômica. Ela bastará, no entanto, para mostrar que existem soluções. Suponhamos que o computador tenha na memória cerca de mil partidas de xadrez e, para cada uma, como única avaliação do jogo de cada enxadrista, o resultado final da partida. Essa função primitiva de avaliação consistiria em dizer "X perdeu", ou "X ganhou", no final da partida. Ela é estúpida pela simples razão de que ela não é pontual. Definirei agora uma função de avaliação sobre o conjunto das funções de avaliação pontuais. Ela consistiria, pelo contrário, em comparar o resultado da partida com o score que a função de avaliação pontual fornece, ao longo da partida, para cada um dos jogadores. Se existe uma correlação entre o resultado final da partida e o resultado da função de avaliação pontual, esta é boa, em caso contrário, deve ser rejeitada. Como nosso computador possui na memória um número muito grande de partidas, o caráter grosseiro dessa avaliação desaparece, e permite avaliar cada função de avaliação pontual. Definiu-se assim uma função de avaliação universal que permite localizar a reflexão.

JPC: Estamos bem próximos da consciência.

AC: Não, não da consciência, porque estamos no segundo nível. Aproximamo-nos da reflexão.

JPC: Da reflexão consciente.

AC: Não estaríamos longe de um novo modelo de computadores capazes de adaptação, se não houvesse o problema da complexidade, que impede de produzir máquinas quando a complexidade do algoritmo é de crescimento exponencial.

JPC: E o terceiro nível?

AC: Aí então...

JPC: A noção de função de avaliação é interessante.

AC: E absolutamente necessária.

JPC: Podemos de igual modo conceber a "consciência" como uma espécie de percepção do percebido.

AC: O que você quer dizer? Quanto a mim, eu me situava apenas no plano da reflexão.

JPC: Sim, mas de uma reflexão sobre a reflexão. Isto já não é uma tomada de consciência?

AC: Não. Para mim, a reflexão já é uma função de avaliação sobre as funções de avaliações pontuais.

JPC: E você não vê grau suplementar?

AC: Não. Diante de um conjunto de objetivos possíveis, é preciso ser capaz de criar sua própria função de avaliação. Temos necessidade então de uma função de avaliação das funções de avaliação pontuais, que procede por meio de comparação com a experiência e o resultado final. Isto ilustra um princípio muito importante, o da pontualidade...

JPC: Estou inteiramente de acordo. Também o neurobiólogo se interessa pelas atividades pontuais dos neurônios.

AC: No segundo nível, a reflexão é pontual. E é verdade que é o pensamento consciente que reflete. Mas, no terceiro nível, o mecanismo não é mais o mesmo.

JPC: O que você quer dizer?

AC: No segundo nível, podemos adaptar uma estratégia para um objetivo fixado. No terceiro, o da verdadeira criatividade, o objetivo não é conhecido. O próprio da criatividade reside na ausência de objetivo prévio.

JPC: Não concordo inteiramente com isso. O criador escolhe somente entre diversos objetivos possíveis. É um nível de intenção superior.

AC: Muitas vezes, quando buscamos alcançar um objetivo, acontece descobrirmos outra coisa. O essencial é então reconhecer a novidade e a harmonia próprias ao que descobrimos. Não se trata mais de reflexão, mas quase que da criação de um novo objetivo.

JPC: Uma criação ocasional, e não intencional!

AC: Certo. O que eu disse anteriormente não se aplica ao terceiro nível. Eu supunha o fim claramente

definido. A máquina sentia um certo prazer em ganhar, ou um certo desprazer em perder. Mostrei então como adaptar a função de seleção a um objetivo bem definido. Porém, é verdade que, no terceiro nível, ainda que um objetivo ocasional possa ser dado de antemão, o
esforço para chegar a tanto desemboca de repente no reconhecimento de uma harmonia que o modifica.

JPC: O aleatório desempenha um papel bem mais importante.

AC: Não estou inteiramente convencido disso. Com certeza ocorrem bifurcações, mas o terceiro nível se caracteriza antes de mais nada pelo reconhecimento de uma harmonia...

JPC: Sim, mas é preciso que alguma coisa já exista. Há portanto, por incubação e procedimento lateral, gênese de...

AC: A meu ver, outra coisa intervém: o reconhecimento de uma harmonia. Isto não faz parte do segundo nível.

JPC: E um nível superior.

AC: O nível da reflexão está superado. A harmonia é percebida, mas por um mecanismo que não é mais da ordem da reflexão.

JPC: Um mecanismo de integração, de algum modo. É a pedra que nos faltava para acabar o edifício...

AC: Por exemplo, ou então um processo que faz ressoar um conjunto de sistemas de neurônios.

JPC: No prazer estético, podemos nos referir à harmonia, ou à ressonância de uma atividade do córtex frontal com o sistema límbico.

AC: Talvez...

JPC: O prazer também é bem importante para a iluminação.

AC: Sim. Ao passo que o mecanismo da reflexão faz intervir o prazer ou o desprazer somente no estágio final, a fim de elaborar uma função de seleção, agora tudo se passa de outro modo.

JPC: Poderíamos de qualquer maneira imaginar uma máquina desse tipo.

AC: Não sei. Voltamos a nosso problema: existe uma harmonia preestabelecida, à qual o homem é sensível porque vive nesse mundo harmonioso, ou cria ele mesmo a harmonia? Descobrimos a realidade harmônica... ou criamos a harmonia da realidade?

JPC: Retomamos a nosso problema inicial. Contudo, agora você apresenta as coisas sob forma de uma alternativa! Ou bem existe no mundo uma harmonia preestabelecida, e vivemos em um mundo

platônico, ou bem tentamos apenas favorecer a ressonância harmoniosa do mundo exterior com o mundo interior que procuramos edificar.

Notas

1 GROOT, A. de. Thought and Choice in Chess. New York: Basic Books, 1965. Ver igualmente HOFSTADTER, D. Gödel, Escher, Bach. Paris: Interéditions, 1985.
2 BARLOW, H. Simple units and sensations: a neuron doctrine for perceptual physiology? Perception, n.l, p.371-94, 1972.
3 PERRET, D. I., MISTLIN, A. J., CHI 1 1 Y, A. J. Visual neurones responsive to faces. Trends in Neurose., n.10, p.358-64, 1987. DESIMONE, R,, ALBRIGHT, T. D., GROSS, C. G., BRUCE, C. Stimulus selective perspectives of inferior temporal neurones in the macaque.]. Neurose., n.4, p.2051-62,1984.
4 GRAY, C. M., KÖNIG, P., ENGEL, A. K., SINGER, W. Oscillatory responses in cat visual cortex exhibit inter-columnar synchronization which reflects global stimulus properties. Nature, n.338, p.334-7,1989.
5 POINCARÉ, H., op. cit, 1908.
6 DEHAENE, S., CHANGEUX, J.-P., op. cit, 1989 e 1991.
7 CHANGEUX, J.-P., Raison et plaisir, op. cit., p.158.

CAPÍTULO 7 - QUESTÕES DE ÉTICA

A pesquisa das bases naturais da ética

"Na medida em que uma coisa está em conformidade com a nossa natureza, ela nos é necessariamente boa."
Espinosa, Ética, 31.

JEAN-PIERRE CHANGEUX: O desenvolvimento do conhecimento científico, na biologia como na matemática, coloca novas questões de ética. A grande imprensa discute o antagonismo ciência-moral. Mais raramente, questionam-se os fundamentos dos julgamentos morais.

Para começar, o que é a ética? Desde Kant, os filósofos tendem a separar ética e moral, atribuindo à primeira um estatuto privilegiado. A moral incide sobre as condutas individuais. Ela reúne as prescrições que regulam o comportamento, em um dado momento da história de uma sociedade. Já a ética dispõe de um alcance mais geral. É considerada uma disciplina cujo objeto é elaborar os fundamentos das regras de conduta, de construir, de algum modo, uma teoria racional do bem e do mal.[1]

Os problemas de ética afetam diretamente o neurobiólogo. Em seu trabalho cotidiano, primeiramente. Quando se trata de explorar cérebro humano, nem tudo é possível. Severos limites à experimentação se impõem. Essas questões são debatidas no interior de comitês de ética, que reúnem personalidades científicas, assim como os representantes de diversas famílias espirituais, em particular as grandes religiões reveladas. As recomendações dessa "magistratura moral" dão lugar, por vezes, a textos de lei, em geral bem aceitos. Conceitos tão difíceis de definir no plano jurídico como os de ser vivo (o espermatozoide humano é um ser vivo?), de morte cerebral (um eletroencefalograma linear indica a morte?), de pessoa humana (o Homo *erectus*, se ainda vivesse, teria os mesmos direitos que o Homo sapiens?)... provocam discussão. Um novo diálogo se instaura entre as ciências humanas e as ciências biológicas.

Todas essas questões levam-nos, de modo inevitável, a questionar sobre os fundamentos das prescrições morais. Trata-se de uma forma de consenso dogmático baseado em alguns princípios metafísicos comuns às religiões, uma espécie de "pacto" entre autoridades religiosas? Ou, pelo contrário, é a expressão do senso comum, de um desejo coletivo, conforme aos votos da maioria, estranha a qualquer referência explícita à metafísica? Podemos imaginar que a busca de objetividade que acompanha esses debates eleva a ética ao estatuto de ciência? Formado, como fui, na escola de André Lwoff, Jacques Monod, François Jacob... não posso permanecer indiferente a essa reflexão. Mesmo que alguns rejeitem a ideia de que a ética repousa exclusivamente sobre o conhecimento objetivo, parece-me hoje indispensável nos referirmos a isso para edificar uma ética. É preciso então ter como ponto de partida para toda reflexão dessa natureza os dados da antropologia, da história das religiões, do direito, da psicologia cognitiva, e portanto das neurociências. Isso legitima, ao mesmo tempo, agir enquanto cientistas, construir modelos válidos e eventualmente revisáveis, e nos

referirmos, sem cessar, aos resultados da ciência. Essa base de discussão é mais segura do que qualquer postulado metafísico, ou uma crença, em perpétuo conflito com o senso comum, ou com os dados da física mais elementar.

Irei até ao ponto de partilhar da reflexão de Jacques Monod: a incessante busca da verdade, que é o primeiro móbile da ciência, constitui de facto uma ética. E talvez a mais respeitada ao longo da história, mesmo se, aqui e ali, as condutas de alguns cientistas pareçam constituir exceção. Contudo, muitos filósofos já salientaram a dificuldade da tarefa. Esse livre exame exige um esforço de pesquisa aprofundado. Uma vez mais, uma autêntica ascese! Temos a coragem e a força necessárias? As situações têm sido com frequência contraditórias, e numerosos motivos entram em jogo: é uma tarefa muito pesada buscar os fundamentos objetivos da moral e elaborar regras morais com base em uma reflexão sobre os dados da ciência contemporânea. É mais fácil então referirmo-nos a alguns a priori transcendentes, do que aos dados da ciência, eles mesmos por vezes fugazes. Elaborar regras precisas de conduta leva a um universo de conhecimento e de reflexões que se toma cada vez mais difícil de dominar. A aplicação da matemática que constitui a informática - com suas gigantescas bases de memória - nos ajudará nessa tarefa? Deveremos, mais cedo ou mais tarde, solicitar aos computadores que decidam julgamentos éticos?[2] Eis uma questão que também interessa ao matemático.

De qualquer modo, ocorre com a ética o mesmo que com a matemática. Eu e você somos representantes da espécie animal Homo *sapiens sapiens*. Possuímos um cérebro que determina a aceitação ou a recusa das regras morais. Porém, ele as constrói igualmente em um meio social definido, em um momento preciso da história cultural da humanidade. Todo cientista que recusa sucumbir à clivagem mental confortável do crente, que deseja permanecer coerente consigo mesmo e que se esforça em rejeitar qualquer referência à metafísica, deveria tentar, em sua reflexão, buscar as bases naturais da ética. Isto não é outra coisa, afinal de contas, que reatualizar a démarche das Luzes[3] e da Revolução Francesa, com o benefício considerável que podem nos proporcionar os recentes resultados das neurociências, das ciências cognitivas e da antropologia social.

Gunther Stent, biólogo molecular muito respeitado, organizava desde 1978 uma Conferência Dahlem intitulada "*Morality as a biological phenomenon*", com o objetivo de atacar os pressupostos ideológicos da sociobiologia, então nascente, mas sem por isso abandonar a busca das bases biológicas da moral. Bem pelo contrário. Esse debate básico remonta, com efeito, na maioria das vezes, à Antiguidade grega, em que já se opunham duas teses próximas daquelas que incidem sobre o fundamento da matemática. A posição idealista, ilustrada por Platão, é simples: a conduta moral deve estar em harmonia com princípios que pertençam ao mundo das ideias. Ora, estes, e debatemos longamente sobre o assunto, contêm igualmente as leis matemáticas do Universo e do conhecimento. Na posição oposta, Demócrito, Epicuro e depois Lucrécio interessaram-se pelo homem enquanto espécie animal: para eles, a sabedoria consiste em se desembaraçar de todo preconceito metafísico responsável pela infelicidade dos homens (ver Figura 5). São dois pontos de vista opostos, portanto, dificilmente conciliáveis.

Não é preciso dizer, como você deve desconfiar, que, neste diálogo a distância, adotarei uma posição naturalista, desprovida de qualquer recurso a uma metafísica. Longe de mim pretender ter construído um sistema coerente. Gostaria apenas de comunicar a você algumas reflexões prévias, em forma de esboços, e corro o risco de entregá-las desse modo. Espero que você não seja demasiado rigoroso.

Primeiro problema sobre o qual precisaríamos refletir juntos: a existência ou não de uma universalidade das regras morais. Se adotarmos o ponto de vista platônico, deve haver uma

universalidade ética, assim como existe uma universalidade matemática. Você deveria, então, ser platônico na moral, assim como o é na matemática.
Ora, como mostra a antropologia, a diversidade das culturas é considerável. Existem variações importantes no modo de pensamento, na organização social e, em virtude disto, no julgamento ético de uma cultura a outra (ver Figura 34). Existe um "outrem cultural" que permanece incompreensível, ou pelo menos relativamente difícil de ser compreendido por aquele que não faz parte dele. Os recentes conflitos entre sunitas e xiitas (Irã-Iraque), protestantes e católicos (Irlanda), judeus e muçulmanos (Israel), hinduístas e budistas (Sri-Lanka)... dão mostras dessa impenetrabilidade cultural recíproca sustentada pelas religiões que não merecem mais esse nome, já que elas mais dividem do que "ligam".[4] Esse relativismo moral,[5] ou antes, essa relatividade dos valores morais, concorda com a diversidade das línguas, das representações culturais, das crenças, ou do direito. Na medida em que as prescrições e as normas morais variam de uma coletividade a outra, parece difícil definir um critério seguro, cuja exterioridade permita avaliar a superioridade ética de tal ou tal crença, de tal ou tal comportamento. Cada cultura defende, com unhas e dentes, que sua moral é, entre todas, a mais bem fundamentada. Cada um está convencido de que sua moral é a mais "natural"! E um concerto de cegueira e intolerância recíprocas... no qual cada um está persuadido de possuir a verdade! Os japoneses, que se tornaram nossos principais parceiros científicos e econômicos, vivem há milênios com uma ética cujos fundamentos históricos são totalmente diferentes daqueles do judeu-cristianismo que prevalece no Ocidente. Por que a sua moral seria inferior ou superior à dos chineses? A antropologia social coloca o naturalista diante de uma situação de extrema dificuldade, já que evidencia muito mais a diversidade do que a universalidade das regras morais. Parece muito difícil, portanto, após análise das regras que existiram ou existem nas múltiplas comunidades culturais, extrair um "universo moral" preciso.

Vida social e lobo frontal

JPC: O "universal" mais importante que emerge com certeza, porém, é a existência da própria moral e da reflexão ética para além da diversidade das culturas. É, como ensina Kant, a própria universalidade da exigência ética (ver Figura 35). Podemos, nessas condições, englobar sob esse termo o conjunto de regras de interações entre indivíduos membros de um grupo social. A ética proviria assim da própria existência do fato social. Já é um primeiro ponto. O naturalista ligará a existência da moral e da ética à da vida em sociedade, mesmo se não for específica da sociedade humana.
O vínculo social é, com efeito, em algumas espécies animais, os insetos, por exemplo, de uma solidez bem superior do que entre os homens. Todos sabem, por exemplo, que, na abelha doméstica, as operárias garantem obrigatoriamente a alimentação da rainha reprodutora, mas são elas mesmas estéreis. Certas espécies de vespas constroem habitações coletivas de extrema complexidade, com uma coordenação e eficácia bem superiores à dos homens. Entre os mamíferos e entre os homens, de condutas pró-sociais, superpõem-se comportamentos qualificados de antissociais, como o laço familiar, o comportamento territorial ou a agressão intraespecífica, que entram em competição com interesses mais gerais, e que concernem à sobrevivência da espécie. Todavia, no homem, as modalidades de expressão do vínculo social apresentam propriedades singulares, em virtude de que, de todas as espécies animais, é aquela que possui as faculdades cognitivas mais desenvolvidas. Existe, no Homo sapiens, uma conjunção entre o social e o racional, e a busca de sua conciliação.

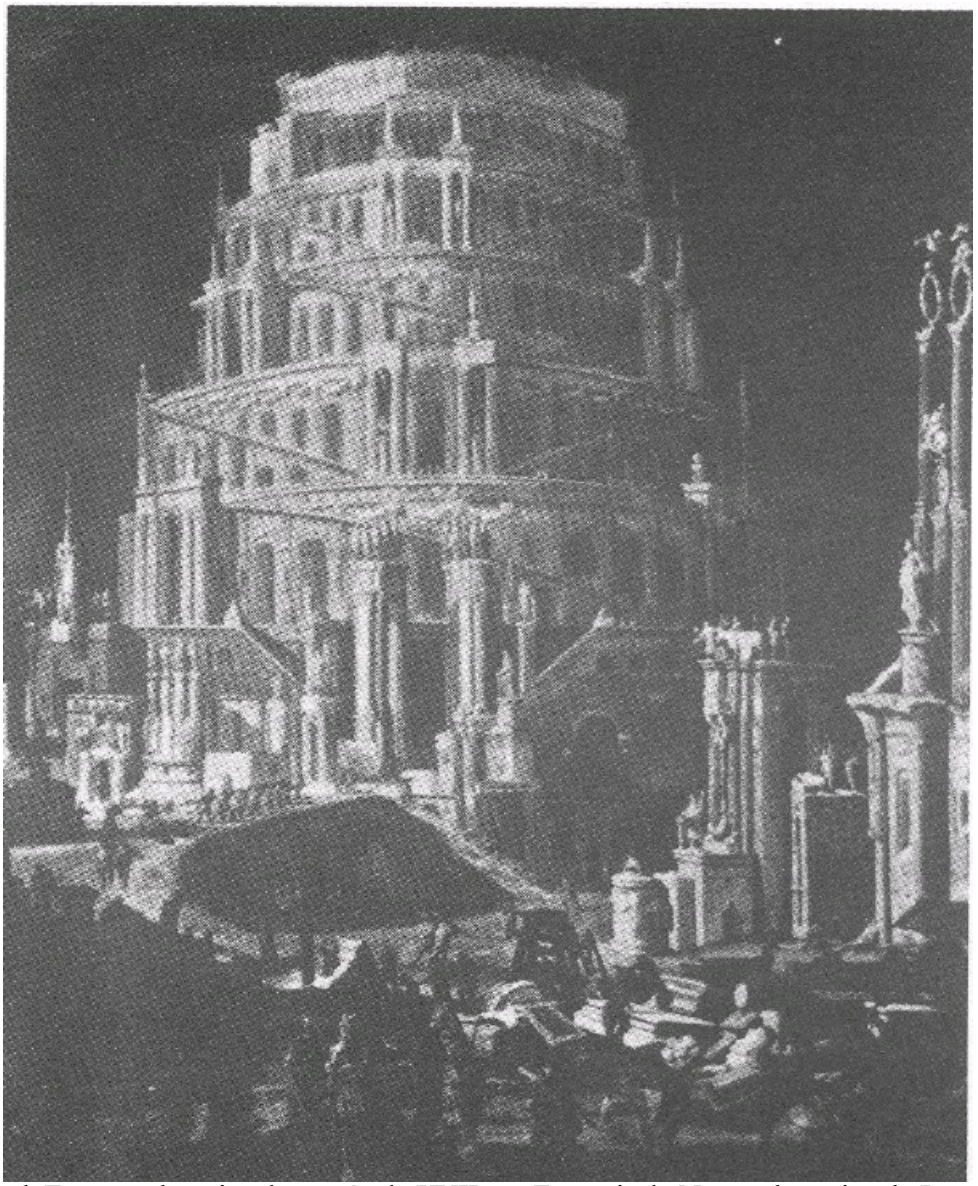


Figura 34 - A Torre de Babel. Esse quadro, pintado no século XVII por François de Nome, da região de Lorraine (também chamado de "Monsu Desiderio"), retorna o célebre episódio da Torre de Babel que, segundo a mitologia bíblica, teria sido erguida pelos filhos de Noé a fim de alcançar o céu. A diversidade das línguas daqueles que participaram de sua construção os teria impedido de atingir esse objetivo. A tela foi escolhida para ilustrar o relativismo cultural. A diversidade das culturas e das línguas se acompanha de uma diversidade de valores morais, com frequência incompatíveis entre si, e fonte inesgotável de conflitos (Reproduzido de Connaissance des Arts, entrevista com o doutor F. Sluys, out. de 1957).

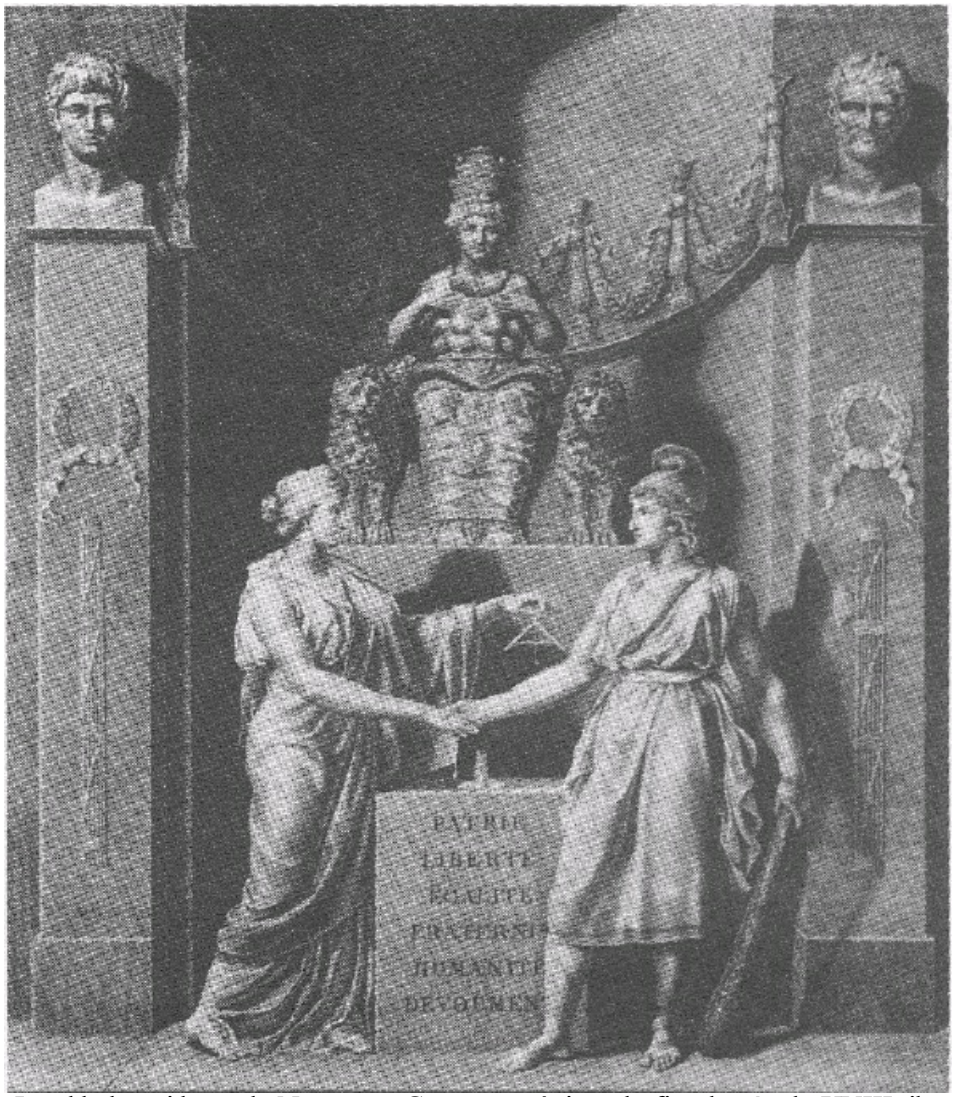


Figura 35 - A Liberdade e a Igualdade unidas pela Natureza. Gravura anônima do fim do século XVIII, ilustrando de maneira alegórica os fundamentos naturais dos dois primeiros conceitos da Declaração dos Direitos do Homem, a Igualdade, à esquerda, tendo por atributo o esquadro, e a Liberdade, à direita, identificável pelo chapéu frígio. A Natureza é representada sob a forma de uma deusa sentada, de múltiplos seios, com penteado em forma de torre, cingida por taças feitas de chifre e vestida com uma saia decorada com signos do zodíaco. Ela faz um gesto de união entre as duas personagens femininas alegóricas, que se apertam as mãos (Museu Carnavalet, Buloz).

Em tais condições, a ética se integraria à racionalidade das obrigações em relação a outrem que se impõem a cada um no interior do grupo social. Ela definiria um conjunto de máximas regrando, de acordo com as exigências da razão, a cooperação entre os membros da comunidade. Incidiria portanto, antes de mais nada, sobre as modalidade de comunicação entre os membros do grupo social, e não apenas sobre o reconhecimento dos atos do locutor, mas também sobre as suas intenções, modelo de comunicação qualificado de inferencial por Grice,[6] ou Sperber & Wilson.[7] A busca, entre os múltiplos "avatares" das diversas morais, de seus fundamentos universais levou-nos a considerar certas faculdades cognitivas características da espécie humana. Para começar, a de se representar o outro, com seus estados emocionais, suas intenções, seus projetos a curto e a longo prazos, mas, sobretudo, a de se representar, de maneira reflexiva, como um outro si-mesmo, membro da mesma espécie social. Essas faculdades cognitivas incluem a capacidade de elaborar uma teoria dos estados mentais de outrem,[8] quando não uma teoria das teorias que ele edifica para o futuro. Compreendem de igual modo a faculdade de se representar a organização do grupo social, e a possibilidade de atualizar em seu interior "estados mentais" individuais.

Essas faculdades mobilizam "arquiteturas neurais", que incluem níveis de organização próximos daqueles que você definiu como o segundo e o terceiro níveis da prática da matemática. Ora, sabemos da importância do lobo frontal na maioria dos casos. As pesquisas clínicas sobre as lesões

do lobo frontal evidenciam, com efeito, as perturbações de condutas sociais, ou mesmo do "sentido moral". Em sua descrição do caso de Phinéas Gage, jovem operário ferido no nível do lobo frontal por uma barra de minério, Harlow, desde 1869, assinala que "o equilíbrio, a balança, por assim dizer, entre suas faculdades intelectuais e seus pendores instintivos parece destruído. Ele é nervoso, desrespeitoso, e blasfema com frequência de maneira grosseira, o que antes não lhe era habitual; é polido ao mínimo com seus iguais; suporta com impaciência a contrariedade, e não escuta os conselhos dos outros quando estão em oposição com suas ideias...". Luria descreve igualmente[9] o caso de um paciente que, diante do quadro de Klodt A última primavera, que representa uma garota moribunda, sentada em uma poltrona, interpreta a cena como um casamento, por causa do vestido branco da garota. O portador de síndrome frontal não compreende mais os elementos emocionais do quadro, não os situa corretamente em seu contexto social. Não é por acaso, então, que Luria qualifica o córtex frontal de "órgão da civilização".

O papel do córtex frontal se distingue daquele desempenhado por outras regiões do cérebro como o córtex temporal. Geschwind[10] descreveu um caso curioso de epilepsia do lobo temporal, encontrado igualmente por Gazzaniga,[11] que acarreta uma intensificação das convicções religiosas (com passagens curiosas e inesperadas de um sistema de crenças a outro), acompanhada do desejo de escrever abundantemente (hipergrafia) e do gosto por práticas sexuais bizarras. O córtex frontal está em interação constante com as outras áreas do córtex cerebral. Não há um "centro" cerebral da ética, mas conjuntos hierarquizados e paralelos de neurônios contribuem para as funções "cognitivas" que servem para elaborar a ética.[12] Essas predisposições neurais à ética são, em seu conjunto, comuns à espécie humana. Fazem parte dos traços que distinguem o homem de outras espécies animais. Acham-se sujeitas, portanto, aos determinismos genéticos que delimitam a "natureza humana".[13] É preciso buscar o que existe de universal na ética que pode conduzir à definição dos Direitos da Espécie Humana no patrimônio genético comum à humanidade.

O comportamento pró-social da criança e a marca cultural

JPC: Esses determinantes genéticos se exprimem, de modo progressivo e sucessivo, ao longo do desenvolvimento embrionário e fetal, quando se posicionam as grandes linhas da arquitetura cerebral e, em particular, o importante córtex frontal. Desde o nascimento, a criança interage com "o outro". Desenvolvem-se "condutas pró-sociais" que asseguram a sua harmoniosa interação com as outras pessoas de seu meio.[14] A partir de três meses, ela efetua trocas com sua mãe ou com seu pai. A partir de um ano, a criança aprende a partilhar. Espontaneamente, ela mostra e oferece[15] objetos a outras pessoas, para entrar em comunicação com elas. Com onze meses, ela toma conta dos outros. Dá de beber e comer à sua boneca, com uma comida imaginária. Com dois-três anos, estabelece uma conversação. Também apresenta, desde cedo, sentimentos de amizade e de afeição, tendo por signos característicos sorrisos e beijos. Ela manifesta interesse pelo outro, mas às vezes tem medo de um estranho. Enfim, a partir de oito anos, manifesta-se a aptidão a "se colocar no lugar de outrem". A capacidade de participar das emoções do outro surge bem precocemente. Está na base da representação do outro como si-mesmo, que já mencionei, do outro não apenas como indivíduo, mas como indivíduo que sente.

A simpatia, como conduta cujo objetivo é de aliviar o desconforto do outro, manifesta-se entre 19 e 36 meses. Depois, surgem as noções de obediência e de responsabilidade consciente. Entre nove e 12 meses, a criança segue as ordens de sua mãe e, com 17 meses, dá ordens a si mesma. A criança se toma aos poucos capaz de condutas de ajuda e de cooperação. Participa com um outro de uma ação

comum, em um objetivo comum. As atitudes pró-sociais conhecem então um desenvolvimento progressivo que supõe, muito provavelmente, um número importante de condutas inatas.
Todavia, desde o nascimento, a interação da criança com seu meio físico e social deixa traços que vão marcar a individualidade do adulto, tanto quanto, se não mais que, qualquer heterogeneidade genética. Hubel &. Wiesel[16] mostraram que o fato de criar um gato ou um macaco em um ambiente de barras verticais, alternadamente claras e escuras (ou com a pálpebra de um só olho fechada (C. Blakemore)), modifica nitidamente a especificidade funcional dos neurônios do córtex visual. Esses resultados são provavelmente válidos para outras regiões do cérebro, em particular o córtex frontal.[17] No embrião, a atividade neural espontânea pode desempenhar um papel considerável na epigênese do sistema nervoso. O desenvolvimento das performances cognitivas e dos estados emocionais do indivíduo é, com toda probabilidade, submetido a uma importante epigênese por seleção. As crenças e as regras morais se fixam de modo paralelo à aquisição da língua materna, de acordo com as modalidades, talvez análogas. O cérebro da criança "se impregna" de regras morais, como da linguagem própria ao ambiente familiar e cultural no qual ela é criada. Este lhe impõe, de maneira autoritária, quando não totalitária, uma pertença cultural particular, que o marcará durante décadas, e da qual ele dificilmente se libertará, ou não o fará de todo. Com certeza, as bases neurocognitivas da fixação das crenças permanecem, em sua maior parte, desconhecidas. Mas constituem um objeto de pesquisa apaixonante.
Parece, então, essencial precisar as regularidades devidas a essas faculdades que são impostas pelo patrimônio genético humano e que, formando uma espécie de "gramática gerativa" da ética, determinariam as principais etapas do comportamento pró-social. Importa, em seguida, distinguir as regras, próprias a uma cultura definida, que contribuem para sua singularidade. Porém, essa distinção continua sendo bem difícil, em consequência da imbricação muito profunda desses dois componentes ao longo das etapas sucessivas do desenvolvimento. De qualquer modo, a margem de variabilidade conexionai que se acha liberada do poder dos gens pelas modalidades de crescimento e de estabilização das conexões sinápticas permite a uma moral particular instalar-se em um meio social definido, em um dado momento de sua história.

As funções da moral

JPC: Os fatores que determinam a instalação de uma moral em uma coletividade animal suscitaram teorias contraditórias. As teses, muito controvertidas, de certos sociobiólogos, como E. O. Wilson, baseiam-se em pesquisas realizadas com os insetos, vespas ou abelhas, cujos comportamentos sociais são submetidos a um determinismo genético extremamente estrito. O geneticista Hamilton (1964) mostrou, de maneira teórica, que um gene que determina o comportamento suicida de um sujeito pode se difundir na população, e introduzir nesta um comportamento "altruísta", caso o suicida salve cinco irmãos ou irmãs, ou dez primos de terceiro grau. Daí a ideia de que a função moral é não apenas a de assegurar a sobrevivência da espécie social, mas também de servir à propagação de gens que determinam as condutas sociais, em particular o comportamento pró-social da criança. Porém, a extensão teórica dessas ideias faz passar do inseto ao homem sem transição. Lê-se, por exemplo, em E. O. Wilson, que "o encéfalo não tem outra razão de ser senão assegurar a sobrevivência e a multiplicação dos gens que organizam sua formação", ou que "as regras de casamento" seriam "estratégias de transmissão de gens".[18] Cita-se com frequência, com o apoio de tais teses, as diversas proibições sobre os casamentos entre grupos religiosos, ou ainda o celibato imposto aos padres católicos, em benefício das doutrinas morais que, opondo-se aos métodos

contraceptivos, ou à interrupção da gravidez, permitem ter mais crianças... e assim propagar os gens daqueles que adotam essas doutrinas! Não se exclui que mecanismos desse tipo tenham intervindo ao longo da evolução dos insetos, cujas condutas são tão rigidamente determinadas. Porém, mesmo nesse caso, a demonstração não é feita. Talvez tenha acontecido o mesmo com o processo evolutivo do homem. De fato, esse processo coloca um problema temível para o geneticista das populações.[19] O espetacular aumento de complexidade cerebral que se observa do Australopiteco ao Homo sapiens realizou-se em alguns milhões de anos, e até menos, por meio de mecanismos genéticos ainda totalmente desconhecido.

Pessoalmente, sempre adotei uma atitude bem crítica em relação às teses que estabelecem uma relação de tal modo simplista entre gens e condutas sociais, que escamoteiam a epigênese e, acima de tudo, que esquecem que, no homem, um dos principais traços da ética é conciliar condutas sociais e razão, ao passo que esta não se desenvolveu nos insetos! Por outro lado, existem exemplos de prescrições morais, de rituais, cujas consequências se opõem aos efeitos que acabo de mencionar. Um dos casos mais notáveis é a prática da antropofagia que, na Nova Guiné, propaga o kourou, uma doença provocada por um vírus lento, que leva a degradações cerebrais muito graves no adulto. De modo mais geral, existem vários exemplos de culturas nas quais as regras morais são consideradas geneticamente neutras. O que vai, aliás, ao encontro da multiplicidade das crenças e regras morais. Existe apenas uma relação indireta, ou mesmo nula, nas sociedades atuais, entre as regras morais, próprias a uma cultura, e a aptidão darwiniana de transmitir os gens que determinam essas regras. A mais evidente função da moral é "epigenética".

Mesmo "neutra" no plano genético e arbitrária em suas prescrições, podemos pensar que a função da moral, no âmbito social, consiste em fornecer regras para as interações entre os indivíduos e, em virtude disso, em participar da sobrevivência da espécie. Porém, essa regulação se aplica primeiramente à coletividade cultural, mais restrita, à qual pertence o indivíduo. Uma vez postas em aplicação faculdades éticas mais universais, a moral facilitaria a comunicação inferencial entre os indivíduos de um grupo cultural. Ela permitiria uma economia de tempo na atualização das intenções em condutas. Ao suprimir uma série de processos intermediários de raciocínio, transformada em sistema de direitos e deveres, ela ofereceria "condensados de racionalidade" que reduzem o "fardo do pensamento" e apresentam respostas já prontas para condutas futuras.

Por uma moral natural, racional e revisável

JPC: Uma vez reconhecidas, por um lado, a ideia de bases neurocognitivas à ética e de sua universalidade para a espécie, e, por outro, a incontestável existência de uma relatividade da moral de uma cultura a outra, coloca-se a questão dos princípios que, na prática, servirão para a elaboração das regras morais. De maneira concreta, sobre que bases distinguir entre o bem e o mal? O filósofo americano Nagel[20] reagrupou as diversas teorias éticas em dois conjuntos distintos: as teorias de tipo dedutivo, ou ainda "autoritárias",[21] fundadas em axiomas a priori, ou evidentes em si, do bem e do mal, e as teorias de tipo indutivo, cujo imperativo é recusar todo a priori metafísico ou ideológico. Segundo Nagel, o tipo das teorias dedutivas é o de Kant, em sua aplicação a regras de ação: "Aja unicamente segundo a máxima a qual você pode querer, ao mesmo tempo, que se torne uma lei universal". É igualmente o caso das teses utilitaristas, como a de Bentham, que tomam por fundamento da moral a utilidade, isto é, "o princípio da maior felicidade, que afirma que as ações são boas na medida em que tendem a aumentar a felicidade (o prazer, a ausência de dor), ruins na medida em que tendem a produzir o contrário". As ideologias utilitaristas, tanto quanto as

universalistas, mesmo que pareçam, à primeira vista, justificadas, estão com frequência, na prática, em contradição com seus princípios. O universalismo moral se choca com a diversidade das culturas; o utilitarismo, com a felicidade do indivíduo contra a da coletividade. As teorias morais dedutivas se prestam ao fanatismo, ao mais absoluto dogmatismo, a um autoritarismo sem limites. Levam o indivíduo a abdicar diante dos postulados teóricos que pretendem defender a "felicidade" da humanidade!

Para Espinosa, "Nada conhecemos como bom ou mau com certeza senão aquilo que nos conduz a compreender verdadeiramente as coisas, ou o que pode nos afastar disso" (Ética, 27). O interesse se desloca, em oposição às teorias dedutivas, para as teorias indutivas. Segundo estas, os princípios éticos são adotados e revistos com base em sua plausibilidade, e sua capacidade de explicar juízos mais particulares. Elas levam em conta, portanto, a evolução cultural da sociedade, do conhecimento científico, das técnicas e das culturas. Adotarei, é claro, o ponto de vista indutivo, que me parece o mais aceitável para o cientista, graças à possibilidade nele contida de uma revisão das normas morais, tanto devido ao surgimento de novos problemas práticos quanto ao progresso do conhecimento. Esse ponto de vista se aproxima daquele da teoria da justiça de Rawls, que começa a ser conhecida na França. De modo bem esquemático, Rawls defende o chamado método do equilíbrio reflexivo. Os juízos se desenvolvem e são submetidos a provas a posteriori, com a preocupação de manter um máximo de coerência interna e de objetividade. Cada juízo cria uma pressão de críticas e de justificações para mudanças de princípios. Se o sistema social é redistributivo, se retifica os infortúnios decorrentes das contingências sociais ou naturais, resulta uma ética baseada na crítica das normas morais e em sua contínua revisão, a fim de liberar novas formas de conduta. Em particular, essa filosofia me seduz, pois nela podemos descobrir bases "neurais", e porque, aproximando-se do procedimento da ciência, ela evita uma forma de autoritarismo, consequência última das teorias éticas dedutivas. E uma filosofia sem pretensão, uma "ética dos pequenos passos", que resolve os problemas tal como estes se apresentam, de modo progressivo, e que não se funda em postulados a priori, totalmente inaplicáveis.

Nessas condições, não se trata mais de submeter a ciência aos imperativos das crenças, ao autoritarismo dos dogmas revelados, ou de qualquer ideologia, mas de desenvolver uma crítica das crenças, das ideologias e das normas morais, em virtude do desenvolvimento da ciência, a fim de derivar novas regras de conduta justificadas de maneira mais objetiva.[22] Pessoalmente, acredito que o modelo inferencial de comunicação, de reconhecimento das intenções com avaliação de sua coerência racional, e do desenvolvimento de um equilíbrio reflexivo no interior do grupo social, permite elaborar uma ética dinâmica, uma "moral aberta" sobre bases "neurocognitivas" naturais, sem recurso a qualquer pressuposto metafísico.

"A ampliação da simpatia" e a função estética

JPC: A ciência tem por vocação primeira expulsar, de modo permanente, o irracional, a fim de atingir o conhecimento objetivo. Ela elabora representações de acordo com os fatos de observação. Mesmo que existam severos limites a essa busca de objetividade, esses limites têm consequências menos graves que a subjetividade das crenças. A despeito do caráter inverificável de seu conteúdo, de sua implausibilidade, tanto do ponto de vista físico quanto histórico, as crenças se mantêm, e até se difundem. O seu caráter "fundamentalista" se acentua. Paradoxo, num mundo em que o conhecimento objetivo não deixa de progredir! A antropologia social e a história das religiões assinalam, apesar do caráter dogmático e "não revisável" dos sistemas de crença, a sua dimensão

evolutiva. Às religiões, às ideologias, sucedem outras religiões, outras ideologias, muitas vezes de maneira abrupta e conflituosa. As prescrições morais e o direito fundado sobre esses sistemas de crenças são, sem dúvida, como já sugeria Epicuro, contratos, mas suas consequências são temíveis. Os sistemas de crenças constituem os fundamentos essenciais dos preconceitos racistas.[23] Criam antagonismos entre grupos étnicos tão importantes quanto, se não mais, as diferenças da cor da pele ou da forma dos olhos. São exploradas com fins ideológicos pelos poderes políticos. Então, por que persistem com tanto vigor? Entre as "representações culturais" públicas, podemos considerar que as crenças constituem uma categoria particular de representação mental: um estado preciso de atividade de células nervosas, que o sujeito pode utilizar nas interações que ele estabelece com seus congêneres. Seria uma espécie de "modelo" construído no interior do cérebro sobre bases físicas, materiais e biológicas. Esses modelos, já discutimos bastante sobre eles, são distintos dos modelos científicos. Eles não visam colocar à prova, verificam, e, em geral, contradizem o senso comum mais elementar. Contudo, são passíveis de se propagar de cérebro a cérebro, e de "infectá-los" com o caráter epidêmico[24] de um ataque virai! Esse caráter invasivo, essa luta das crenças entre si lembra a "*struggle for life*" darwiniana. No entanto, não possui consequências necessárias no nível genético, já o disse. Além disso, situa-se em um nível de organização e de acordo com uma escala de tempo distinta da evolução dos organismos. Nesse estágio do conhecimento, as condições de "seleção" ou de "estabilização" das crenças em um meio cultural somente podem ser formuladas sob forma de hipóteses. Evoquemos algumas.

Dentre elas, mencionaremos a sua função de "substituto" da explicação científica, seja em um momento da história do conhecimento no qual os dados objetivos ainda não estão disponíveis, seja em virtude de dificuldades de acesso a esse conhecimento em um meio social definido, por causa de uma educação e/ou de uma informação insuficiente. Os diversos mitos sobre a origem do mundo material, das espécies animais ou do homem dão provas dessa recusa do desconhecido, prelúdio a uma primeira "arrumação" taxionômica do Universo, "modalidade tímida e balbuciante da ciência".[25] Tais substitutos de causalidade foram suficientes em um dado momento da história, ou bastam ainda, na ausência de dados mais facilmente assimiláveis, para preencher inquietantes lacunas do saber. Formar a criança com espírito crítico racional, ajudá-la desde cedo a se informar sobre os dados da ciência constituem vantagens seletivas importantes nessa luta incessante das crenças entre si, e destas contra a ciência.

Porém, a estabilização das crenças e ideologias pode resultar igualmente de sua utilização pelas diversas formas de poder no topo das coletividades humanas que se intercalam entre o indivíduo e a espécie. Parece que, por ocasião da diferenciação dos primeiros Homo *habilis* nas planícies da África,[26] as populações humanas contavam cerca de 100 mil indivíduos, divididos em milhares de quilômetros quadrados. Estamos longe desse número, e esse enorme crescimento da população, desde as origens do homem, acarretou uma clivagem da sociedade em grupos sociais dotados de culturas distintas. Essa segregação de culturas já aparece no Homo *erectus*, em seguida, ao que parece, à domesticação do fogo (há cerca de 400 mil anos). Esses grupos, culturalmente distintos, reuniam-se em tomo de instituições e de poderes que fundam sua identidade, pelo menos em parte, no sistema de crenças. Semelhante forma de institucionalização das crenças e ideologias ainda permanece viva em nossos dias. Em tais condições, a crítica das crenças se estende à crítica, ainda mais difícil, das instituições. Sócrates pagou-a com a vida. A questão é mais diretamente política: incide sobre as relações entre a ciência e o poder. Ora, estas, assim como as relações da moral ou do direito com a política, são, como um todo, contraditórias. O homicídio é condenado entre indivíduos no Estado, mas glorificado entre Estados. Em certos Estados, é justificado para a blasfêmia, mas não

para a poligamia... A moral dos Estados se contrapõe com frequência à moral do cidadão, como à da espécie. E os Direitos do Homem constituem uma primeira proteção da espécie contra os Estados, as crenças e as ideologias. A defesa de uma moral revisável e não contraditória se une à luta política.

A crítica das crenças e das ideologias retomada pela revisão das normas morais com base nos dados da ciência não basta, com certeza, para construir uma moral que se fundasse sobre fatos "neurocognitivos" com o rigor do método científico. A defesa da "pessoa humana", ou do "indivíduo", parece de fato insuficiente frente à amplidão do problema, e com frequência se dirige contra a ciência, mais do que se apoia nela. Adam Smith, filósofo iluminista escocês, mais conhecido por seus trabalhos de economia, foi um dos primeiros a se inspirar em Epicuro para atribuir à moral uma explicação puramente natural, para secularizá-la. Em sua Teoria dos sentimentos morais, de 1759, Smith considera elemento principal a simpatia, que "faz que tenhamos consciência do efeito que um ato teria produzido sobre nós, o que faz surgir em nós o acordo, ou desacordo, com os sentimentos que provocaram esse ato".[27] Para Smith, não se trata de uma "faculdade", como já mencionamos, mas de um produto da vida social que se desenvolveu lentamente na humanidade. Charles Darwin, em *La descendence de 1'homme*, renova essa tese, e considera que a simpatia é "uma parte essencial do instinto social", distinta do amor, que o homem partilha com outras espécies animais, e que é inata, produzida pela seleção natural. Contudo, o homem é "um ser moral, capaz de comparar seus atos ou motivos passados ou futuros, e de aprová-los ou desaprová-los" (p. 119). "A medida que o homem avança em termos de civilização, e que as pequenas tribos se reúnem em comunidades mais numerosas, a simples razão indica a cada indivíduo que ele deve estender seus instintos sociais e sua simpatia a todos os membros da mesma nação... a todos os homens de todas as nações e de todas as raças..." (p.l 32) "aos enfermos, aos idiotas e aos outros membros inúteis da sociedade", (p.l34) Como nota Patrick Tort,[28] essa tese da "ampliação da simpatia" inocenta Darwin de afirmações racistas e dos partis pris contrários à igualdade, adotados, depois dele, por alguns de seus contemporâneos, como T. H. Huxley.[29] Aquela tese permite fazer a distinção entre Darwin e o darwinismo social, que distorce o seu pensamento com finalidades ideológicas.[30] Na virada do século, em 1906, Kropotkine, em uma obra apaixonante, retoma e desenvolve a posição de Darwin, enriquecendo-a com múltiplas observações do mundo animal ou das sociedades humanas "primitivas", e de sua história. Para ele, "na evolução do mundo organizado, o mútuo auxílio entre os indivíduos desempenha um papel bem mais importante que sua luta recíproca".[31] "Quanto mais os indivíduos se unem, mais se apoiam individualmente, e maiores são, para a espécie, as chances de sobrevivência e de progresso em seu desenvolvimento intelectual-" Kropotkine considera o auxílio mútuo "um instinto de solidariedade e de sociabilidade humana",[32] sobre o qual se fundam os "sentimentos morais superiores" que são "justiça e moralidade", e que "levam o indivíduo a considerar os direitos de cada outro indivíduo como iguais aos seus".[33]

Os mais recentes desenvolvimentos das ciências cognitivas em nada alteram, mas completam com rara felicidade as posições de Darwin ou de Kropotkine- Mencionei anteriormente que a simpatia, assim como as condutas de ajuda e de cooperação surgem no "comportamento pró-social" da criança em momentos definidos de seu desenvolvimento. Pode-se visar a uma lógica do "bem e do mal", portanto, que retenha como bom aquilo que "amplia a simpatia", facilita o auxílio mútuo, e considere como mau aquilo que a limita, coloca-lhe obstáculos- Não se tem em vista uma universalidade, utilidade ou reciprocidade. Porém, face a escolhas limitadas e restritas que conduzem a uma incessante revisão das normas, como deseja Rawls, toma-se legítimo adotar, selecionar pela razão o juízo que favoreça, pelo menos pontualmente, o auxílio mútuo em detrimento das lutas individuais ou coletivas, e que leve à expressão da disposição natural da simpatia, por sua vez fator positivo da

evolução das sociedades humanas. A simpatia, que foi certamente um importante fator na formação dos primeiros grupos sociais de Homo sapiens, serve doravante, por meio de sua "ampliação", para fundar uma "moral da Espécie" que rompe os isolamentos em grupos culturais distintos- Realiza-se então a desejada conciliação entre o social e o racional.

Esta secularização da moral pelo evolucionismo valoriza um espaço de variabilidade[34] que faz que ela escape à sua "pretensa origem sagrada" (Spencer), assim como ao autoritarismo rigidifica - dor dos dogmas e ideologias. Já consideramos juntos a intervenção de um "gerador de diversidade" no segundo ou terceiro nível da organização da matéria cerebral, por ocasião da criação dos objetos matemáticos. Esse gerador, é claro, pode intervir no nível da produção das representações mentais de prescrições morais que incidem sobre as condutas sociais ou individuais. Essas variações darwinianas das representações sociais poderão ou não ser propagadas de cérebro a cérebro, selecionadas no âmbito de uma coletividade, e depois conservadas pelo legislador, por exemplo, com base em uma ampliação da simpatia, ou do auxílio mútuo. Isto me lembra uma frase do Manifesto diferencialista de Henri Lefebvre: Pode-se propor o "direito à diferença"? Respondo, é óbvio, pela afirmativa, acrescentando: direito à diferença, isto é, aceitar a variabilidade com seu componente aleatório. Pois não pode haver evolução sem variabilidade em todos os níveis de organização por mim discutidos, não apenas, naturalmente, no plano genético, como no das conexões do cérebro em desenvolvimento. Direi até que não pode haver "revolução" sem variação preexistente, seja esta concernente à forma do corpo ou aos produtos do cérebro, aí incluindo os modelos de sociedades humanas que ele concebe. Bloquear todo processo de variabilidade por uma "ditadura" de qualquer tipo seria, acredito, bloquear a função de antecipação própria ao cérebro humano. Seria colocar um freio à sua capacidade de integrar os dados de seu ambiente cultural para produzir modelos, ideias inovadoras que contribuem para a sua dinâmica evolutiva. E legítimo, portanto, aceitar a variação aleatória em toda ética natural que se quer evolutiva. Não é esta uma das definições mais dinâmicas da liberdade, o direito à imaginação?

A crítica racional das crenças e ideologias, a ampliação da simpatia e o direito à imaginação serão suficientes para edificar uma ética livre de todo irracionalismo? Nada é menos certo. As crenças estão com frequência associadas a estados emocionais que "ligam"[35] entre si os membros do grupo social. Os rituais contribuem para sua inserção. A ruptura desse "laço" cria um sentimento de angústia. As bases neurais e a farmacologia dessa emoção fundamental da interação social foram estudadas sobre modelos animais.[36] O choro de separação ou o choro de angústia provocado pelo isolamento da criança ou do adulto é acalmado pela morfina e acentuado por agentes farmacológicos que bloqueiam de maneira seletiva o efeito dos opiáceos.[37] No entanto, os ritos e as crenças podem fazer sua aparição. Lévi-Strauss nos mostra, "como outras tantas expressões de um ato de fé numa ciência ainda por nascer",[38] como uma primeira "taxionomia" que "possui um eminente valor estético".[39] Tal prazer, comum ao homem e aos animais,[40] de classificar os objetos do mundo que os cerca pode ser encontrado também, em um nível mais elaborado, na criação matemática, como você assinalou por várias vezes, e na criação científica de modo geral. O conhecimento científico acarreta um prazer que pode seriamente competir com o das crenças.

Todavia, não desempenha a arte, de forma direta e plena, tal papel? Se serviu como veículo das crenças e das ideologias, não pode ela, no lugar da religião, atuar como uma força de unificação, como uma "razão comunicativa"[41] universal, que transcende a diversidade das culturas e consolida a simpatia por meio de um autêntico prazer coletivo, que integra essa diversidade, em vez de fazer disso um fator de divisão, como as religiões, intolerantes por natureza... Esta utopia estética, Schiller, em suas Cartas sobre a Educação estética do homem (1795), apresenta como "edifício de

uma verdadeira liberdade política". Segundo ele, "somente a comunicação estética une a sociedade". A arte desempenha o papel de catalisador da "harmonia na sociedade" por meio da "reconciliação das leis da razão com os interesses dos sentidos". Já tive oportunidade de discutir longamente as plausíveis bases neurais e culturais do prazer estético e da arte.[42] Tomo a liberdade, então, de sonhar, com Schiller, com um "Estado estético universal" que liberte o homem das armas e do irracional. Porém, como escrevia Espinosa, ao terminar a Ética, "Tudo o que é belo é tão difícil quanto raro".

Eis algumas reflexões de um neurobiólogo sobre a ética. O que pensa a respeito o matemático?

Etica e matemática

ALAIN CONNES: Começarei respondendo a sua questão. Você diz: "Se adotarmos o ponto de vista platônico, deve existir uma universalidade ética, assim como existe uma universalidade matemática. Você deveria então ser platônico em moral, assim como o é em matemática".

A minha resposta é negativa. A minha "crença" na existência de uma realidade matemática bruta, fonte inesgotável de informação, como expliquei no capítulo VI, a propósito do teorema de Gödel, é o fruto de uma longa experiência pessoal, e não da leitura de Platão, do qual não partilho necessariamente as ideias.

Não creio em uma ética universal, e me parece que a matemática não confere nenhuma competência particular para falar de ética em termos gerais. A ideia de uma ética matemática não tem sentido algum. Assim sendo, aprovo inteiramente a crítica que você faz das teorias éticas dedutivas, fundadas em a priori que são na verdade ideológicos. Tal crítica ganha toda sua pertinência no seguinte exemplo, bem conhecido dos matemáticos. A criptografia revelada[43] permite, a partir de certos resultados matemáticos muito elaborados, como os da teoria dos números, fabricar códigos invioláveis que podem ser utilizados pelos serviços secretos. O matemático não pode portanto isolar-se em sua torre de marfim, e afirmar que a pureza de suas pesquisas impede que elas jamais suscitem esse tipo de aplicação.

Uma teoria ética dedutiva que postulasse que a matemática pura não deve ter aplicação alguma além do domínio civil conduziria a um impasse. O matemático, caso quisesse permanecer-lhe fiel, deveria renunciar a seu trabalho, ou, pelo menos, a publicar seus resultados. Entraria então em contradição com a ética de facto que constitui a "busca incessante da verdade", segundo J. Monod.

Tomando um pouco de distância, percebemos de fato que esses criptogramas revelados são igualmente úteis à sociedade. Tomam-se essenciais para proteger o indivíduo contra as indiscrições da informática, em particular a utilização e falsificação de informações privadas, como as informações médicas confidenciais. Podemos mesmo visualizar, no futuro, que a assinatura de cada um, para ser inviolável, seja de natureza matemática.

O matemático, como qualquer outro cientista, deve permanecer vigilante, atento a cada caso, no que se refere às possíveis aplicações de sua disciplina, sem por isso adotar uma ética dedutiva que a neutralizaria.

Estas são, resumidas em poucas palavras, as reflexões que me autorizo no que concerne à ética. Nem torre de marfim, nem ética dedutiva, mas espírito de responsabilidade científica. O que me importa, acima de tudo, de feto, é partilhar com outros o essencial do que comporta a pesquisa matemática, o sentido que podemos atribuir à "busca da verdade" e a felicidade interior que podemos experimentar ao nos entregarmos a ela. As minhas observações, durante esta nossa conversa, não visariam a nada além disso.

Notas

1 EDELMAN, B., HERMITTE, M. A. L'homme, la nature et le droit. Paris: C. Bourgois, 1988.
2 DENNET, D. C. The Intentional Stance. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1987.
3 Ver DIDEROT, D. Entretien d'un philosophe avec la Maréchale de***, 1775.4 A palavra "religião" deriva do latim "religere", que significa ligar, unir. (N. A.)
5 SINDZ1NGRE, N. Autres cultures, autres mondes? Autrement, n.93; L'éthique corps et dme, cap. 4, Un nouveau prêt-à-penser?
6 GRICE, H. P. Logical Conversation - William James Lectures. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1986.
7 SPERBER, D., WILSON, D. Relevance. Oxford: Blackwell, 1986.
8 Essa faculdade parece já estar presente no chimpanzé: ver PREMACK, A., WOODRUFF, G. Does the chimpanzee have a theory of mind? Behavioral and Brain Sciencest n.l, p.515-26,1978.
9 LURIA, 1978, p.333.
10 GESCHWIND, N. Behavioral change in temporal epilepsy. Archives of Neurology, n.34, p.453,1977.
11 GAZZANIGA, M. be cerveau social. Paris: Laffont, 1985.
12 DAMASIO, A., TRAVEL, D., DAMASIO, H. Individuals with sociopathic behavior caused by frontal damage fail to respond autonomically to social stimuli. Behav. Brain Res., n.41, p.81-94,1990.
13 MEHLER, J., DUPOUX, E. Naître humain. Paris: Odile Jacob, 1990.
14 RHEINGOLD, H. L, HAY, D. F. Prosocial behavior of the very young. In: STENT, G. S. Morality as a Biological Phenomenon. 1978. p.l05-24.
15 MONTAGNER, H. ^attachment: les débuts de la tendresse. Paris: Odile Jacob, 1988.
16 HUBEL, D., WIESEL, T. Functional Architecture of Macaque Monkey Visual Cortex. Proc. Roy. Soc. London B., n.198, p.l*59,1977.
17 GOLDAMAN-RAKIC, P. S. Development of cortical circuitry and congnitive functions. Child Dev., n.58, p.642-91,1987.
18 WILSON, E. O. L'humaine nature, 1978, p.29.
19 Ver CHANGEUX, J. P., op. cit, 1983.
20 NAGEL, T. Ethics as an autonomous theorical subject In: STENT, G. S., op. cit, 1978, p.221-32.
21 JACOB, P. Qu'est-ce-que Fautoritarisme épistémologique? Uâge de la science, n.2, Paris: Odile Jacob, p.25-58,1989.
22 O último artigo do segundo projeto da Declaração dos Direitos de Sieyès (julho de 1789) já enuncia claramente essa proposição: "Art. 42. Um povo tem sempre o direito de rever e de reformar a sua constituição. Seria apropriado, inclusive, determinar épocas fixas nas quais essa revisão ocorrerá, qualquer que seja a necessidade desta".
23 TAGUIEFF, P. A. La force du préjugé, 1988.
24 SPERBER, D., op. cit, 1984.
25 LÉVI-STRAUSS, C., op. cit., 1970, p.33.
26 LUMLEY, H. de. Origine et évolution de l'homme. Paris: Musée de l'Homme, 1984.
27 Citado por KROPOTKINE, P. L'éthique. Paris: Stock, p.239.
28 TORT, P. La pensée hiérarchique et l'évolution. Paris: Aubier, 1983.

29 HUXLEY, T. H. Struggle for existence as its bearing upon man, 1888.
30 Ver RUSE, M. Taking Darwin seriously, 1986.
31 KROPOTKINE, P. L'entraide, un facteur de l'évolution. Paris: Hachette, 1909. p.9.
32 Ibidem, p.12.
33 Ibidem, p.l 3.
34 LÉVI-STRAUSS, C. Race et histoire. Unesco, 1952.
35 Ver nota 4 deste capítulo. (N. T.)
36 McLEAN, P. D. The frontal lob revisited. In: PERECMAN, I. (Ed.) The Midline Frontolimbic Cortex and the Evolution of Crying and Laughter. IRBN Press, 1987. p.121-41.
37 Não é por acaso que o uso dessa droga se desenvolve em condições nas quais a integração social parece insuficiente.
38 LÉVI-STRAUSS, op. cit., 1970, p.32.
39 Ibidem, p.21, 33.
40 HUMPHREY, N. K., Natural Aesthetics, 1980.
41 HABERMAS,]. Le discours philosophique de la modernité. Paris: Gallimard, 1988.
42 CHANGEUX, J.-P., Raison et plaisir, op. cit., p.158.
43 HELLMAN, M. Les mathématiques de la cryptographie révélée. In: Les progrès des mathématiques.